

Makrotalouden olosuhteiden tulonjaolliset  
vaikutukset  
Suomessa 1987–2013 parametrisen jakauman  
estimointimenetelmällä

Tampereen yliopiston Johtamiskorkeakoulu

Taloustiede

Pro gradu - tutkielma

Ohjaajat: Matti Tuomala, Jari Vainiomäki

26.4.2016

Sami Remes

## Tiivistelmä

Tulonjakoon liittyvät kysymykset ovat nousseet viime vuosina julkiseen keskusteluun. Taloustieteen akateemisissa yhteisöissä tulonjako ja sen muutokset ovat olleet kiistelty aihe vuosien ajan. Aiheena tulonjako herättää paljon mielipiteitä ja tunteita. Näkemykset optimaalisen tulonjaon tasosta ovat usein ideologiaan perustuvia arvovalintoja, jotka riippuvat monista eri tekijöistä kuten kulttuurista ja aikakaudesta. Tuloeroihin eli tulonjaon epätasaisuuteen liittyy myös vahvasti tunne oikeudenmukaisuudesta ja reiluudesta. Taloudellisten ilmiöiden vaikutukset tulonjakoon voivat kuitenkin olla hyvinkin kaukana reiluudesta. Onkin tärkeää ymmärtää kuinka erilaiset talouden ilmiöt ja olosuhteet vaikuttavat mahdollisuuksiin niin yksilötasolla kuin kansantaloudellisesti.

Tämä pro gradu -tutkielma tarkastelee makrotaloudellisten muuttujien tulonjaollisia vaikutuksia käyttäen Suomen tulo-osuusaineistoa käytettävistä tuloista vuosina 1987–2013. Tutkimuksessa sovelletaan ekonometrista parametrinen jakauman sovittamisen menetelmää, jossa tulojakaumaan sovitun teoreettisen jakauman parametreja selitetään makrotalouden muuttujilla SUR-mallin avulla. Tutkielmassa kiinnitetään erityistä huomiota aikasarjan ekonometristen ongelmien testausmenettelyyn, ja estimoidaan stokastisuudesta ja autokorrelaatiosta korjatut mallit. Tutkielman rakenne seuraa ekonometriselle tutkielmalle tyypillistä rakennetta, jossa pääpaino on käytetyn tutkimusmenetelmän ja estimointitulosten esittämisessä sekä päätelmissä.

Estimoitujen SUR-moniyhtälömallien tulokset ovat yhteneväisiä talouden kasvun tulonjaollisista vaikutuksista Suomessa. Talouden kasvu lisää ylimpien tuloluokkien tulo-osuuksia samalla kun keskiluokan ja alimpien tuloluokkien tulo-osuudet pienenevät, eli talouden kasvu lisää tuloeroja. Inflaatioasteen kasvulla vaikuttaa olevan positiivinen yhteys sekä köyhimpien että kaikkein hyvätuloisimpien tulo-osuuteen. Inflaatioasteen muutoksesta kärsii tämän vuoksi lähinnä keskiluokka. Inflaatioasteen muutoksen vaikutus ei kuitenkaan ole tilastollisesti merkitsevä kaikkien mallien osalta vaan on riippuvainen mallin spesifikaatiosta. Työllisyysasteen muutos vaikuttaa päinvastoin olevan positiivisessa yhteydessä juuri keskiluokan tulo-osuuteen, joskin vaikutuksen tilastollinen merkitsevyys on niin ikään riippuvainen mallin spesifikaatiosta.

Tutkielman toinen päähavainto liittyy makrotaloudellisten ilmiöiden tulonjaon polarisaatiota lisääviin vaikutuksiin, jossa ylimpien tuloluokkien tulo-osuuden kasvu vähentää erityisesti keskiluokan tulo-osuutta. Tulosten polarisoitumisella uskotaan olevan niin kansantaloudellisia kuin yhteiskunnallisia haittoja, joiden vaikutukset tulisi ottaa huomioon raha- ja talouspolitiikan suunnittelussa.

# Sisällys

<b>1. JOHDANTO .....</b>	<b>1</b>
<b>2. AIEMPI KIRJALLISUUS/TUTKIMUS .....</b>	<b>4</b>
<b>3. MAKROTALouden TULONJAOLLiset VAIKUTUKSET .....</b>	<b>7</b>
<b>4. METODOLOGIA.....</b>	<b>11</b>
4.1. PARAMETRIsEN JAKAUMAN KÄYTÖN HYÖDYT JA HAITAT.....	11
4.2. ERILAiset JAKAUMAT.....	12
4.3. DAGUM- JA SINGH-MADDALA-JAKAUMAT, JA NIIDEN ESTIMOINTI .....	13
4.4. JAKAUMAN SOPIVUUDEN TARKASTELU .....	17
4.5. DAGUM-JAKAUMAN PARAMETRIEN TALOUDELLINEN TULKINTA .....	19
4.6. DICKEY-FULLER-YKSIKKÖJUURITESTI .....	21
4.7. YHTEISINTEGROITUVUUDEN TESTAUS.....	22
4.8. SEEMINGLY UNRELATED REGRESSION-MONiyHTÄLÖMALLI .....	23
<b>5. AINEISTO .....</b>	<b>29</b>
<b>6. TULOKSET .....</b>	<b>31</b>
6.1. PARAMETRIEN ESTIMOINNIN TULOKSET .....	31
6.2. JAKAUMAN SOPIVUUDEN TARKASTELUN TULOKSET .....	33
6.3. DICKEY-FULLER TULOKSET .....	37
6.4. YHTEISINTEGROITUVUUDEN TARKASTELU .....	37
6.5. SUR-MALLIN TULOsten TULKINTA .....	39
<b>7. PÄÄTELMÄT.....</b>	<b>46</b>
<b>LÄHTEET.....</b>	<b>48</b>
<b>LIITTEET .....</b>	<b>51</b>

# 1. Johdanto

Taloustieteellisessä akateemisessa yhteisössä tulonjako on ollut tärkeä keskustelu- ja tutkimusaihe jo vuosikymmenien ajan. Julkiseen keskusteluun tulonjako ja erityisesti tuloerot ovat nousseet viime vuosina, kun tuloerojen kasvun vaikutukset ovat alkaneet näkymään yhä selvemmin ihmisten arjessa, taloudessa ja politiikassa. Tuloerojen pitkälle yhteiskunnan eri osa-alueisiin ulottuvat vaikutukset voivat olla monimutkaisia ja vaativat tutkittaessa hyvin poikkitieteellistä lähestymistapaa. Tuloerokeskustelun kasvaneesta huomiosta kertoo hyvin Thomas Pikettyn (2014) kirjan *”Capital in the Twentieth Century”* myyntimenestys. Kirjassaan Piketty povaa uuden aristokratian paluuta, jossa meriittien ja työnteon sijaan menestyminen perustuu perityn pääoman tuottoon. Tuloerojen pitkän aikavälin makrotaloudellisten vaikutusten lisäksi viime aikoina on ollut mielenkiinnonkohteena tuloerojen ja erityisesti köyhyyden mikrotaloudellisia vaikutukset.

Länsimaissa on viime vuosina havahduttu tarkastelemaan tuloerojen lisääntymisen vaikutuksista kasvun heikkenemiseen. Kasvavat tuloerot ja köyhtyvä keskiluokka laskevat kotimaista kulutuskysyntää, jonka merkitys korostuu muutenkin takkuilevassa maailmantaloudessa. Tuloeroihin liittyy myös tunne oikeudenmukaisuudesta ja reiluudesta, joka on tärkeä tekijä ylläpitämään yhteiskuntarauhaa ja vähentämään ääriliikkeiden kannatusta. Tässä suhteessa Pohjoismaat ovat olleet ja ovat edelleen mallimaita suhteessa moniin muihin maihin. Pohjoismaat ovat olleet perinteisesti matalien tuloerojen maita, joissa hyvinvointiyhteiskunnan tulonsiirrot ovat pitäneet huolta kaikkein heikoimmista. Toisaalta progressiivinen verojärjestelmä on ottanut rikkailta suhteessa eniten. Yhä edelleen Suomessa ja muualla Pohjoismaissa tuloerot ovat monien mittarien mukaan alemmat kuin keskimäärin kehittyneissä maissa. Hätkähdyttävää on kuitenkin tuloerojen nopea kasvu Suomessa 1990-luvulta lähtien. Mitattaessa tuloeroja Gini-kertoimen avulla ovat tuloerot kasvaneet vuodesta 1987 kahdessa vuosikymmenessä yli 8 yksikköä. Tuloerojen negatiivisilta ulkoisvaikutuksilta ei myöskään ole vältytty Suomessa, jossa katalyyttinä on toiminut talouden pitkittyneen alamäen vaikutusten epätasainen kohdistuminen. Heikki Hiilamon kirjoitus (HS 14.2.2016) avaa erinomaisesti tätä keskiluokan ahdingosta kumpuavaa ajatusmaailmaa, joka on viime aikoina esiintynyt mielenilmauksina ja jopa vapaaehtoisten katupartioina.

Omalta osaltani mielenkiinto tuloeroja kohtaan painottuu yhteiskunnallisten päätösten ja makrotaloudellisten olosuhteiden vaikutusten kohdistumiseen tulojakaumassa. Tällä tutkielmalla haluan omalta osaltani pyrkiä vastaamaan kysymykseen siitä, suosiiko toteutettu raha- ja talouspolitiikka erityisesti jotakin tuloluokkaa. Vaikutukset köyhien ja keskiluokan osalta ovat tärkeitä myös laajemmassa yhteiskunnallisessa keskustelussa ja ne tulisi ottaa huomioon arvioidessa

kotimaisen kysynnän muutoksia. Tutkielmassa makromuuttujien vaikutuksia tarkastellaan käyttäen ekonometrista parametrisen jakauman sovittamiseen perustuvaa menetelmää, jossa tulojakaumaan sovitettujen teoreettisten jakauman parametreja selitetään makromuuttujilla SUR-moniyhtälömallissa (Seemingly Unrelated Regression). Tutkielman rakenne seuraa ekonometriselle tutkielmalle tyypillistä rakennetta.

Tutkielman toinen luku pyrkii antamaan kokonaiskuvan aiemmasta aihepiiriä käsittelevästä kirjallisuudesta ja tutkimusmenetelmien kehittymisestä vuosien saatossa. Aihepiirin tutkimuksen pioneerina usein viitataan Kuznetsin (1955) teoriaan kasvun ja tuloerojen yhteydestä. Ekonometrisesti aihepiiriä on vuosien saatossa tarkasteltu sekä parametristen jakaumien avulla että suoraviivaisemmin käyttäen regressioanalyysissä selitettävänä muuttujana jotakin tunnettua tuloeromittaa. Aihepiirin tutkimus on kehittynyt myös aineistojen paremman saatavuuden myötä. Nykyään yhä useammin tutkijoilla on mahdollisuus käyttää laajoja paneeliaineistoja, kun aiemmin erilaisten kotitalouskyselyjen tulokset loivat pohjan valtaosalle ekonometrisesta tutkimuksesta.

Kolmannessa luvussa esitetään makrotalouden tulonjaollisia vaikutuksia talousteorian näkökulmasta. Talousteoria antaa mahdollisuuksia ymmärtää syitä ja seurauksia erilaisten tapahtumien välillä. On ensiarvoisen tärkeää ymmärtää, millaisia tulonjaollisia vaikutuksia makrotalouden muutoksilla on ja tuntea niiden vaikutuskanavat.

Neljäs luku avaa tutkielmassa käytettävää metodologiaa. Luvun alussa esitetään erilaisten parametristen jakaumien laajaa kirjoa. Tarkemmassa parametristen jakaumien tarkastelussa keskitytään Dagum- ja Singh-Maddala-jakaumien ominaisuuksiin ja estimointiin, jonka jälkeen esitetään käytettävät menetelmät testaamaan jakaumien sopivuutta käytettävään tuloaineistoon. Dagum-jakauman paremman sopivuuden vuoksi esitetään tarkemmin Dagum-jakauman parametrien taloudellista tulkintaa. Seuraavaksi luvussa tarkastellaan modernille ekonometriselle tutkimukselle tyypillisesti käytettävien muuttujien tilastollisia ominaisuuksia ja yhteisintegraatiota. Luvun lopuksi esitetään SUR-moniyhtälömallin teoriaa sekä estimoitavat SUR-moniyhtälömallit.

Viides luku esittelee tutkielmassa käytettävän tilastoaineiston. Luvussa esitellään käytettävät muuttujat, niiden tarkasteluvälit ja lähteet. Lisäksi esitetään käytetyt tavat, joilla alkuperäisistä muuttujista on johdettu uusia muuttujia. Jokaisen muuttujan esittelyn ohessa käsitellään myös millä tavalla kyseinen muuttuja on ollut käytössä.

Kuudes luku esittelee estimointien ja tarkasteluiden tuloksia. Aluksi esitetään jakaumien sovituksen eli jakauman parametrien estimoinnin tulokset. Tämän jälkeen esitetään metodologia-luvussa esitettyjen jakauman sopivuuden tarkastelun tulokset, joiden perusteella käytettävä jakauma valitaan.

Seuraavan alaluvun Dickey-Fuller-yksikköjuuritestien tulosten tulkinnan perusteella päätetään käytettävistä muuttujamuodoista. Yhteisintegraatiotestin tulosten perusteella hylätään mahdollisuus virheenkorjausmallin sisällyttämiseen SUR-mallissa, jonka vuoksi siirrytään tarkastelemaan lyhyen aikavälin SUR-mallia. Viimeisessä alaluvussa käsitellään estimoitavien SUR-moniyhtälömallien tuloksia.

Seitsemännessä luvussa käsitellään tutkielman tuloksien perusteella tehtävät päätelmät. Lisäksi arvioidaan yleisesti käytettyä tutkimusmenetelmää, sen rajoitteita ja mitä asioita tulee ottaa huomioon valittaessa parametrisen jakauman estimointimenetelmä. Luvussa myös esitetään kehitysideoita aihealueen tutkimiseen ja menetelmien käyttöön tulevaisuudessa.

## 2. Aiempi kirjallisuus/tutkimus

Makrotalouden muuttujien ja tuloerojen yhteyksiä on tutkittu laajalti 50-luvulta lähtien. Vuonna 1955 Simon Kuznetsin julkaisemaa artikkelia ”Economic Growth and Income Inequality” pidetään aihealueen tutkimuksen perustana. Aihepiirin tutkimusalue on laaja ja tarjoaa moninaisia mielenkiintoisia osa-alueita tutkimukselle. Osa tutkimuksesta on keskittynyt erityisesti köyhyyden selittämiseen, kun taas osassa kiinnostuksen kohteena ovat tulonjaon vaikutukset taloudelliseen kasvuun ja osassa päinvastoin. Aihetta on käsitelty usein erilaisten ekonometristen mallien avulla, joiden menetelmät, mallien rakenteet sekä sisällytettävät muuttujat ovat vuosien saatossa kehittyneet. Uudemmat mallit ja käytettävissä olevat aineistot ovat mahdollistaneet tutkimuksen ulottamisen tulojen ja varallisuuden jakautumisen kokonaisvaltaisempaan selittämiseen makromuuttujien avulla. (García, Prieto-Alaiz & Simón 2013, 4323–4324.)

Kuznets (1955) käsittelee artikkelissa taloudellisen kasvun vaikutuksia tuloeroihin pitkällä aikavälillä. Kuznetsin hypoteesin mukaan tuloerot ja taloudellinen kasvu ovat alaspäin avautuvan paraabelin mallisessa riippuvuudessa, jonka taustalla vaikuttaa talouden rakenteellinen muutos. Kuznetsin mukaan taloudellinen kasvu voi kiihdyttää tulojen eriarvoistumista teollistumisen ja kaupunkilaistumisen aikana, mutta vastaavasti tulojen eriarvoisuus laskee maatalouden osuuden edelleen laskiessa. (Kuznets 1955, 17.)

Thurow (1970) on tutkinut kaksiparametrisen Beta-jakauman estimoinnin avulla makrotalouden tekijöiden vaikutuksia tulonjakoon estimoiden Beta-jakauman parametrit mustan ja valkoisen väestön osalta, ja selittäen parametrien avulla makromuuttujien vaikutuksia ihmisryhmittäin. Thurowin analyysi perustuu otokseen Yhdysvaltojen aineistosta vuosilta 1949–1966. Thurowin mukaan tuloeroja vähentävät mustien (valkoisten) osalta talouden, tulonsiirtojen, julkinen kulutuksen ja työllisyyden (inflaation) kasvu. Tuloeroja puolestaan kasvattaa mustien (valkoisten) osalta inflaatio (tulonsiirrot). Talouskasvu ei Thurowin mukaan vaikuta tulonjakoon valkoisten osalta, mutta on merkittävä tekijä nostamaan reaaliensioita sekä valkoisten että mustien osalta. (Thurow 1970, 263–265.)

Blank, R.M. ja Blinder A.S. ovat vuonna 1985 julkaistussa artikkelissaan tutkineet inflaation ja työttömyyden vaikutuksia köyhien oloihin vuosina 1959–1983 Yhdysvalloissa. Blank ja Blinder väittävät tulostensa valossa, että inflaation ja köyhimpien tulojen välillä on pieni negatiivinen yhteys. Työttömyyden vaikutus sen sijaan kaikista köyhimpien tuloihin on varsin suuri. He perustelevat työttömyyden haitallisempaa vaikutusta sillä että työttömyys paitsi kohdistuu köyhimpiin todennäköisemmin, niin heidän on myös hankalampaa suojautua työttömyyden vaikutuksia vastaan

esimerkiksi ansiosidonnaisten työttömyysvakuutusjärjestelmien ehtojen vuoksi. Inflaation negatiivista vaikutusta köyhien oloihin vähentää monien tulonsiirtojärjestelmien indeksoinnit. (Blank & Blinder 1985; 22, 48–49.)

Powers (1995) on tutkinut regressiomallin avulla makromuuttujien vaikutuksia erikseen tulojen ja kulutuksen mukaan laskettaviin köyhyysasteisiin. Powers kritisoi malleja, joissa selitetään köyhyyttä käyttäen ainoastaan tulojen mukaan laskettua köyhyyttä, sillä kotitalouksien todellinen kulutus on tuloja parempi hyvinvoinnin mittari. Powers käyttää tutkimuksessaan selittävinä muuttujina 25–34-vuotiaiden miesten työttömyysasteen ja reaalityöntipalkkojen lisäksi kahta erilaista inflaatiomittaa, yleistä inflaatiomuuttujaa sekä välttämättömyyshyödykkeiden inflaatiomuuttujaa. Powersin esittämien tulosten mukaan työttömyydellä on vahva köyhyyttä lisäävä vaikutus niin tuloköyhyysasteella kuin kulutusköyhyysasteella mitattuna. Inflaatiolla sen sijaan on tulosten mukaan vaikutusta ainoastaan kulutusköyhyysasteeseen. Eri kulutuskorien mukaan laskettavalla inflaatiolla ei Powersin tulosten mukaan ole suurta vaikutusta. (Powers 1995; 6–7, 10–12.)

Christina D. ja David H. Romer (1998) tutkivat rahapolitiikan vaikutuksia köyhien hyvinvointiin käyttäen hyväkseen kahta aineistoa tutkimaan lyhyen ja pitkän aikavälin vaikutuksia. Heidän päätelmänsä lyhyen aikavälin vaikutuksista perustuvat Yhdysvaltojen aikasarja-aineistoon (1960–1994) ja pitkän aikavälin päätelmät poikkileikkausaineistoon 66 maasta vuodelta 1988. Heidän päätelmiensä mukaan rahapolitiikka voi helpottaa köyhien tilannetta lyhyellä aikavälillä, mutta pitkällä aikavälillä elvyttävä rahapolitiikka ei toimi. Päinvastoin, jos elvyttävän rahapolitiikkajakson jälkeen päädytään laskemaan inflaatiota tiukentamalla rahapolitiikkaa, niin lyhyen aikajakson hyöty mitätöityy. Poikkileikkausaineiston mukaan aidosti köyhien olosuhteita pitkällä aikavälillä parantava rahapolitiikka on sellainen, joka tavoittelee matalaa inflaatiota ja vakaata kokonaiskysyntää. (Romer & Romer 1998; 6, 22–23, 38.)

Jäntti M. ja Jenkins S.P. (2010) tutkivat makromuuttujien vaikutuksia tuloeroihin käyttäen UK Family Expenditure Surveyn -kyselyn tulo-osuusaineistosta vuosille 1961–1999 Maximum Likelihood (ML)-menetelmällä estimoitavia Singh-Maddala-jakauman parametreja ja Iso-Britannian tilastokeskuksen ja OECD:n tilastoja. Jäntti ja Jenkins käyttävät Seemingly Unrelated Regression (SUR) -moniyhtälömallia parametrien selittämiseen makromuuttujilla. Heidän SUR-mallin tulosten mukaan korkea taloudellisen kasvun aste vaikuttaa lisäävän tuloeroja hieman. Heidän muuttujien epästationaarisuuden suhteen korjattu mallinsa ei tue väitettä, että inflaatiolla tai työttömyydellä olisi tilastollisesti merkittävä vaikutus tuloeroihin. (Jäntti & Jenkins 2010; 228, 235, 239.)



García C., Prieto-Alaiz M. ja Simón H. (2013) ovat mallintaneet makromuuttujien vaikutuksia tulojen jakautuneisuuteen käyttäen poikkileikkausaineistoa 44 kehittyvästä maasta vuodelta 2005. García ja muut käyttävät tulo-osuusaineistoa estimoimaan Dagum-jakauman parametreja, joiden avulla voidaan tulkita SUR-mallin avulla makromuuttujien vaikutuksia tulojakaumaan. Heidän mukaansa kasvavissa kehittyvissä talouksissa reaalikoron lasku sekä talouden kasvu vähentävät tuloeroja. Inflaatiolla ei havaita olevan tilastollisesti merkitsevää vaikutusta tulojen jakautuneisuuteen käytetyssä poikkileikkausaineistossa. (García ym. 2013; 4325–4328, 4332.)

Elina Tuomisen väitöskirja (2015) käsittelee ylimmän prosenttien tulo-osuuden ja talouskasvun välisiä yhteyksiä. Tuominen tarkastelee aihetta ekonometrisesti käyttäen hyväksi World Top Income Database -paneeliaineistoa ja joustavaa ekonometristä menetelmää, jossa suoraa funktiomuotoa ei ole ennalta määrätty. Väitöskirja käsittää johdannon ja kolme esseettä. Ensimmäisen esseen päähavainnot viittaavat negatiiviseen yhteyteen ylimmän prosenttien tulo-osuuden ja myöhemmän talouskasvun välillä kehittyneissä maissa, joka heikkenee talouden kehityksen edetessä. Toisessa esseessä tarkasteltavan ylimmän prosenttien tulo-osuuden muutoksen yhteys kasvuun ei ole tulosten mukaan yhtä selvä kuin tämän tulo-osuuden tason yhteys. Kolmas essee tarkastelee taloudellisen kehityksen tason ja ylimmän prosenttien tulo-osuuden välistä yhteyttä. Kolmannen esseen tuloksissa havaitaan Kuznets-käyrään nähden päinvastainen yhteys, jolloin tietyn kehitystason jälkeen havaittava negatiivinen yhteys ylimmän prosenttien tulo-osuuden ja taloudellisen kehityksen tason välillä kääntyy positiiviseksi korkeimmilla taloudellisen kehityksen tasoilla. (Tuominen 2015; 12, 26–29, 122–123.)

Tutkielmassani käytettävä aineisto käsittää Suomen tulo-osuusaineiston vuodesta 1987 vuoteen 2013, joten 1960-luvulla tapahtunut ryntäys maaseudulta kaupunkeihin ei näy tässä aineistossa (Kangasharju 2004). Edelleen jatkuva siirtyminen pienemmistä kaupungeista pääkaupunkiseudulle ja muihin kasvukeskuksiin voitaisiin kuitenkin nähdä Kuznetsin hypoteesin mukaisina tuloksina. Maataloussektorin taloudellinen merkitys on laskenut edelleen, mutta palvelusektorin nousu voidaan nähdä uutena taloudellisen rakenteen muutoksena, joka voi vaikuttaa taustalla tuloksissa. Lisäksi tuloeroihin vaikuttavia tekijöitä ovat poliittiset päätökset, joista erityisesti vuoden 1993 veroreformi on vaikuttanut merkittävästi korkeimpien tulo-osuuksien kasvuun (Riihelä, Sullström & Tuomala 2010, 36). Aikaisempien tutkimuksien tulosten mukaan inflaatiolla lienee marginaalinen vaikutus tulo-eroihin, mikäli se on edes tilastollisesti merkitsevä. Aiemmassa kirjallisuudessa havaittu työttömyyden erilainen vaikutus suuri- ja pienituloisilla tulisi havaita käytettävällä jakauman parametrien estimointiin perustuvalla menetelmällä.

### 3. Makrotalouden tulonjaolliset vaikutukset

Tässä osiossa esittelen SUR-mallissa käytettävien selittävien makromuuttujien vaikutuksia tulojakaumaan taloustieteen teorian näkökulmasta. Käyttämäni makromuuttajat ovat bruttokansantuotteen kasvu, reaalikorko, inflaatio, työttömyys ja talouden avoimuus. Tulojen jakautuminen on siinä mielessä nollasummapeli, että tulo-osuudet summautuvat 100 prosenttiin. Nollasummapelin vuoksi tulo-osuuden kasvu yhdellä tulokymmenyksellä on pois muilta. Yhdistettäessä nollasummapelin ideologia ja makrotalouden muuttujien erilaiset vaikutukset tulojakauman eri osissa, on makrotalouden positiivinen vaikutus yhdelle kotitaloudelle tai jakauman osalle pois toiselta kotitaloudelta tai toisesta jakauman osasta. On myös muistettava, että vaikutukset voivat vaihdella lyhyellä ja pitkällä aikavälillä. Lyhyellä aikavälillä positiivinen vaikutus voi talouden dynaamisten vaikutusten vuoksi olla pitkällä aikavälillä negatiivinen ja päinvastoin.

Bruttokansantuote on yleisesti käytetty kansantalouden tilinpidon käsite, joka mittaa kotimaisten tuotantoyksiköiden tuotantotoiminnan lopputulosta (Tilastokeskus 2016). Bruttokansantuotetta on yleisesti käytetty mittaamaan maan taloudellista kehittymistä ja hyvinvointia, ja se usein ilmoitetaan muodossa per asukas eli jaettuna asukasluvulla. Bruttokansantuotetta on kuitenkin kritisoitu siitä, että se ei nykypäivänä enää kykene kuvaamaan hyvinvointia, sillä hyvinvointi koostuu niin moninaisista eri tekijöistä (esim. Stiglitz 2009). Kaikesta kritiikistä huolimatta bruttokansantuote pysyy yhä merkittävä muuttujana, jonka kehitystä seurataan ja jonka perusteella tehdään huomattava määrä poliittisia päätöksiä. Pohdittaessa bruttokansantuotteen muutosten eli talouden kasvun tai supistumisen vaikutuksia tulojakaumaan, tulee tarkasteluun se kenelle kasvun hedelmät tuovat absoluuttisesti tai suhteellisesti eniten hyötyä. Toisaalta talouden supistuessa voidaan tarkastella, kuka on suurin häviäjä.

Kasvu on merkittävä tekijä kasvattamaan keskimääräisiä tuloja (Thurow 1970, 266). Keskimääräinen tulo ei kuitenkaan kuvaa tulonjaollista vaikutusta. Jos kasvu nostaa rikkaimman yhden prosentin tuloja, niin keskimääräinen tulo kasvaa, mutta köyhien tilanne ei muutu paremmaksi. Vaikka köyhien absoluuttiset tulot eivät muuttuisikaan, laskee heidän tulo-osuutensa entisestään, jos rikkaimpien osuus piirakasta kasvaa. Mikäli keskimääräisten tulojen kasvulla on hintoja nostavaa vaikutusta, voi köyhien tilanne huonontua entisestään. Vain kasvu, joka pitkällä aikavälillä luo suhteessa enemmän hyötyä alimmille tulo-osuuksille, on sellaista kasvua joka vähentää tuloeroja.

Lyhyellä aikavälillä elvyttävän finanssipolitiikan, joka kasvattaa bruttokansantuotetta, on nähty parantavan köyhien tilannetta, sillä kasvu luo mahdollisuuksia myös kaikkein köyhimmille. Elvyttävän talouspolitiikan positiiviset vaikutukset voivat kuitenkin jäädä lyhytaikaisiksi. Palattaessa

elvyttävästä talouspolitiikasta takaisin normaaliin tilaan voivat kadota myös lyhytaikaiset parannukset. Lisäksi elvyttävä, nopeaa kasvua tavoitteleva talouspolitiikka voi pitkällä aikavälillä olla huonompi vaihtoehto, kuin tasaista kasvua tavoitteleva talouspolitiikka (Romer & Romer 1998, 1). Lyhyen aikavälin vaikutuksilla toki on merkityksensä, mutta väliaikainen positiivinen vaikutus voi johtaa harhaan ja väliaikaisesti paremmin toimeentuleva voi altistua esimerkiksi holtittomaan lainanottoon.

Taloukasvun ja tuloerojen suhde voi myös olla epälineaarinen ja taustalla voi olla taloudenrakenteeseen liittyviä muutoksia, kuten Kuznets (1955) on argumentoinut (Kuznets 1955, 17). Talouden rakenteen murrosvaiheessa talouden kasvusta pääsevät nauttimaan vain harvat, jolloin tuloerot voivat kasvaa. Siirryttäessä uuteen rakennevaiheeseen tuloerot tämän teorian mukaan laskevat.

Piketty (1997) on selittänyt korkotason ja luottoluokittamisen vaikutuksia varallisuusjakaumaan ja sen kehitykseen. Piketty esittää artikkelissaan, kuinka korkotaso vaikuttaa luottorajoitteeseen ja varallisuuden liikkuvuuteen. Korkea korkotaso lisää vaatimuksia luotonottajille eli lisää luottorajoitettujen määrää, joka heikentää heidän mahdollisuuksiaan lisätä varallisuuttaan. Korkea korkotaso on myös itseään ylläpitävä, sillä suurempi luottorajoitteellisten osuus nostaa kysynnän myötä koron tasapainoa ylöspäin. Nettolainaajat, joilla ei ole luottorajoitetta pystyvät korkealla korkotasolla entisestään lisäämään varallisuuttaan. Näiden vaikutusten vuoksi korkea todellisen koron taso johtaa Pikettyn mukaan yhä epätasaisempaan varallisuuden jakautumiseen. Korkotasoa laskeva politiikkamuutos voi niin ikään olla vaikutuksiltaan pitkäaikainen, mikäli se vapauttaa luottorajoitteesta tarpeeksi pitkäksi aikaa ja mahdollistaa varallisuuden kertymisen. Varallisuuden kertyminen lisää luotontarjontaa, joka laskee lisääntyneen tarjonnan myötä korkotasoa. (Piketty 1997, 183–185)

Inflaatio voi vaikuttaa tulojakaumaan eri tavoin ja jotkut vaikutukset voivat olla merkittävämpiä toisella ajanhetkellä kuin toiset. Inflaation vaikutus on kovin tapauskohtainen, vaikka periaatteessa hintojen nousu koskettaa kaikkia. Hintojen nousun eli inflaation vaikutus henkilölle tai kotitaloudelle riippuu pitkälti siitä, kuinka inflaatiota vastaan voidaan suojautua. Erilaisia suojautumisvaihtoehtoja inflaatiota vastaan ovat esimerkiksi inflaatiolta suojatut rahoitusinstrumentit, indeksisidonnaiset palkkasopimukset ja tukijärjestelmät.

Kotitalous, jonka valtaosa tuloista perustuu indeksoituihin tukiin, ei välttämättä koe inflaation vaikutusta negatiivisena, sillä tulot nousevat samassa suhteessa kuin hinnat. Luonnollisesti indeksin tarkastushetki voi vaikuttaa negatiivisesti tukien varassa elävään kotitalouteen, mutta tarkastushetki

voi toisaalta tuoda myös hetkellisesti nostaa tuen reaaliarvoa. Mikäli köyhempien kotitalouksien kulutuskori ei seuraa yleistä inflaatiota, niin inflaatioon sidottu tuki voi nostaa tai laskea kotitalouden tulojen reaaliarvoa (Powers 1995, 4). Kuluttajahintaindeksiin sitomattomat tukimuodot, kuten opintotuki, on kuitenkin ongelmallinen, sillä inflaatio syö tuen ostovoimaa pikkuhiljaa (Blank & Blinder 1985, 26). Opintotuen tapaisesti inflaatio haittaa niitä kotitalouksia, joiden palkkakehitys ei kasva inflaation myötä. Tämän voi ajatella olevan ongelma varsinkin pienipalkkaisilla aloilla ja aloilla, joilla työntekijöillä on vähän neuvotteluvoimaa. Työnantajat voivat käyttää markkina-asemaansa hyväksi ja antaa reaali-palkkojen laskea lyhyellä aikavälillä (Powers 1995, 4). Inflaatiolla voi olla toki positiivisiakin vaikutuksia, sillä inflaatio syö lainojen reaaliarvoa. Yleensä tämä on kuitenkin huomioitu lainojen ehdoissa ja käytetyssä korkokannassa.

Erilaiset inflaatiolta suojatut instrumentit ovat useimmiten rationaalisia vaihtoehtoja vain ylemmille tuloluokille ja mahdollisesti keskiluokalle. Tämä johtuu siitä, että hyödyllisten instrumenttien käyttö vaatii joko sellaista tietotaitoa tai varallisuutta, jota ei välttämättä ole käytettävissä alemmilla tuloluokilla (Powers 1995, 10). Ylemmillä tuloluokilla inflaatio syö suojaamattomien talletusten arvoa, mikä voi kannustaa kulutukseen ja investointeihin varallisuuden reaaliarvon säilyttämiseksi ja edelleen kasvattamiseksi. Inflaatio voi lisätä rikkaiden investointihalukkuutta, jolla on positiivinen vaikutus talouskasvuun. Investointien luoma talouskasvu voi edelleen hyödyttää myös alempia tuloluokkia.

Työttömyyden vaikutukset kohdistuvat epätasaisesti tulojakauman eri päissä. Alimpien tuloluokkien kotitaloudet ovat paitsi todennäköisemmin työttömiä myös alttiimpia työttömyyden muutosten negatiivisille vaikutuksille. Talouden suhdanteiden aiheuttamat työttömyyden vaihtelut kohdistuvat suhteellisesti enemmän alimpien tuloluokkien kotitalouksiin, kuin ylempiin tuloluokkiin. (Powers 1995, 4.)

Työttömyyden vaikutuksia tulojakaumaan voidaan perustella myös matalapalkkaisuuden ja kouluttautuneisuuden korrelaation kautta. Työttömyys kohdistuu suhteellisesti enemmän vähemmän koulutetuille. Vuonna 2006 OECD maissa keskimäärin ainoastaan peruskoulutuksen omaavilla työttömyysaste oli 10 %. Kouluttautuneilla työttömyysaste on matalampi vaikkakin vaikutus vaimenee kouluttauduttaessa yhä enemmän. Toisen asteen koulutuksen omaavilla työttömyysprosentti oli OECD maissa vuonna 2006 5 % ja kolmannelle asteelle kouluttautuneilla 4 % (Oesch 2010, 39). Olettaen matalan tulotason ja alhaisen koulutuksen vahvan korrelaation, voimme koulutustason kautta päätellä työttömyyden vaikuttavan suhteessa enemmän tulojakauman alapäähän.

Suomessa yleinen vapaaehtoinen työttömyyskassajärjestelmä tukee erityisesti keski- ja suurituloisten suojautumista työttömyyden haitoilta. Työttömyyskassan etu suuremmille tuloluokille pohjautuu ansiopäivärahan määräytymiseen aikaisempien tulojen mukaan sekä rajoitteeseen oikeudesta ansiopäivärahaan. Ollakseen oikeutettu ansiopäivärahaan tulee työttömän täyttää työssäoloehto, joka riippuen kassasta on noin puoli vuotta palkkatyötä viimeisen kahden vuoden tarkastelujaksolla. Tulojakauman alapäässä olevat henkilöt eivät välttämättä missään vaiheessa koskaan täytä työssäoloehto, jolloin he eivät koskaan ole oikeutettuja ansiosidonnaiseen päivärahaan. Lisäksi ansiosidonnaisen päivärahan suuruus voi olla matalapalkkaisilla aloilla niin matala, ettei työttömyyskassaan liittyminen ole muiden tulonsiirtojen vuoksi järkevää. Ylemmillä tuloluokilla ansiosidonnainen työttömyyspäiväraha tarjoaa hyvän tavan suojautua osittain mahdollisen työttömyyden aiheuttamilta negatiivisilta vaikutuksilta.

Talouden avoimuutta on aiemmassa kirjallisuudessa mitattu tuonnin ja viennin summan suhteesta bruttokansantuotteeseen. Heckscher-Ohlin-malli kuvaa kuinka talouden avoimuus vaikuttaa erilaisiin talouksiin eri tavoin. Avoimen talouden tuotantopäätös ja sen mukainen vienti ja tuonti määräytyvät Heckscher-Ohlin-mallin mukaan talouden tuottavuuden ja tuotantotekijöiden suhteellisista eroista suhteessa vaihtokumppaneihin. Vaihdannan vaikutus tulojakaumaan riippuu pitkälti siitä, missä suhteessa yksilöt saavat tulonsa työpalkkana ja/tai pääomatuloista. (Roine, Vlachos & Waldenström 2009, 977).

Suomessa pieni korkeasti koulutettu kansa mahdollistaa suhteellisen edun edistyneen teknologian käytössä ja kehittämisessä. Investoinnit henkiseen ja materiaaliseen pääomaan ovat tehneet Suomesta korkean tuottavuuden maan, jossa suhteellinen etu on korkeaa lisäarvoa tuottavassa toiminnassa. Korkean teknologian tuotanto vaatii suhteessa vähän työvoimaa ja on pääomaintensiivistä. Tällöin myös tulot kohdistuvat enemmissä määrin pääomatuloista. Talouden avoimuuden voisi tätä kautta ajatella lisäävän tuloja tulojakauman rikkaammassa päässä pääomatuloina ja toisaalta korkeasti koulutetun työvoiman palkkatuloina. On kuitenkin hyvä muistaa, että talouden avoimuus voi mahdollisesti epätasaisuutta lisäävistä tulojakaumavaikutuksista huolimatta lisätä hyvinvointia yleisesti matalampien hyödykehintojen kautta, lisäten ostovoimaa myös pienemmillä tuloluokilla.

## 4. Metodologia

Tässä osiossa esittelen tutkimuksessa käytettävää metodologiaa makromuuttujien tulonjaollisten vaikutusten analyysissä. Tutkimus seuraa metodologian rakenteeltaan läheisesti García, C., Prieto-Alaiz, M. ja Simón, H. vuonna 2013 julkaistun artikkelin tutkimusmenetelmän rakennetta, mutta kiinnittäen erityistä huomiota jakauman valintaan ja kehittäen käytettäviä estimointi- ja testausmenetelmiä.

Tutkimuksen metodologia on perusrakenteeltaan kolmivaiheinen. Ensimmäinen vaihe sisältää tulo-osuusaineiston sovittamisen Dagum- ja Singh-Maddala-jakaumille estimoiden niin kutsutut Dagum- ja SM-parametrit. Estimoitavien parametrien avulla on mahdollista johtaa parametrien avulla laskettava Gini-kerroin (Jäntti & Jenkins 2010, 225). Toisessa vaiheessa käytettävä jakauma valitaan jakaumien sopivuuden tarkastelun avulla, jossa jakauman sopivuutta aineistoon testataan kahdella tavalla. Ensiksi, Garcían ym. (2013) esimerkistä selittäen tilastoituja Lorenz-käyrän pisteitä niitä vastaavilla jakaumien parametrien mukaan estimoiduilla Lorenz-käyrän pisteillä sekä tarkastelemalla vuosittaisten Lorenz-käyrien yhtenevääisyyttä (García ja muut 2013, 4328). Toiseksi, estimoitujen parametrien avulla laskettavaa Gini-kerrointa verrataan Tilastokeskuksen tarjoamaan mikrodatasta laskettuun Gini-kertoimeen.

Metodologian kolmannessa vaiheessa sovelletaan SUR-regressiomallia (Seemingly Unrelated Regression) estimoimaan makromuuttujien vaikutuksia mielenkiinnon kohteena oleviin parametreihin. SUR-regressiomallin rakennetta kehitetään edelleen lisäämällä selitettäviä muuttujia ja kiinnittämällä huomiota käytettävien muuttujien muuttujamuotoon aineiston testausmenettelyihin pohjautuen.

### 4.1. Parametrisen jakauman käytön hyödyt ja haitat

Makromuuttujien vaikutuksia tuloerojen muutoksiin on tutkittu erilaisten ekonometristen mallien avulla selittäen erilaisia parametrisia jakaumia sekä estimoiden suoria vaikutuksia johonkin tarkasteltavaan tuloeromuuttujaan tai tulo-osuuteen (Jäntti & Jenkins 2010, 222). Parametrinen estimointi voi tuoda etuja verrattuna suoraan estimointiin tilastollisilla ominaisuuksillaan sekä helpottamalla mallin tulosten tulkintaa. Käytettävän jakauman valintaan ja jakauman parametrien estimointiin on kiinnitettävä erityistä huomiota, jotta vältetään joiltakin mahdollisilta parametrisen estimoinnin ongelmilta.

Jäntti ja Jenkins (2010) argumentoivat suoran tulo-osuuden tai tuloeromuuttujan selittämisen makromuuttujilla olevan ongelmallinen selitettävien muuttujien tilastollisten ominaisuuksien vuoksi.

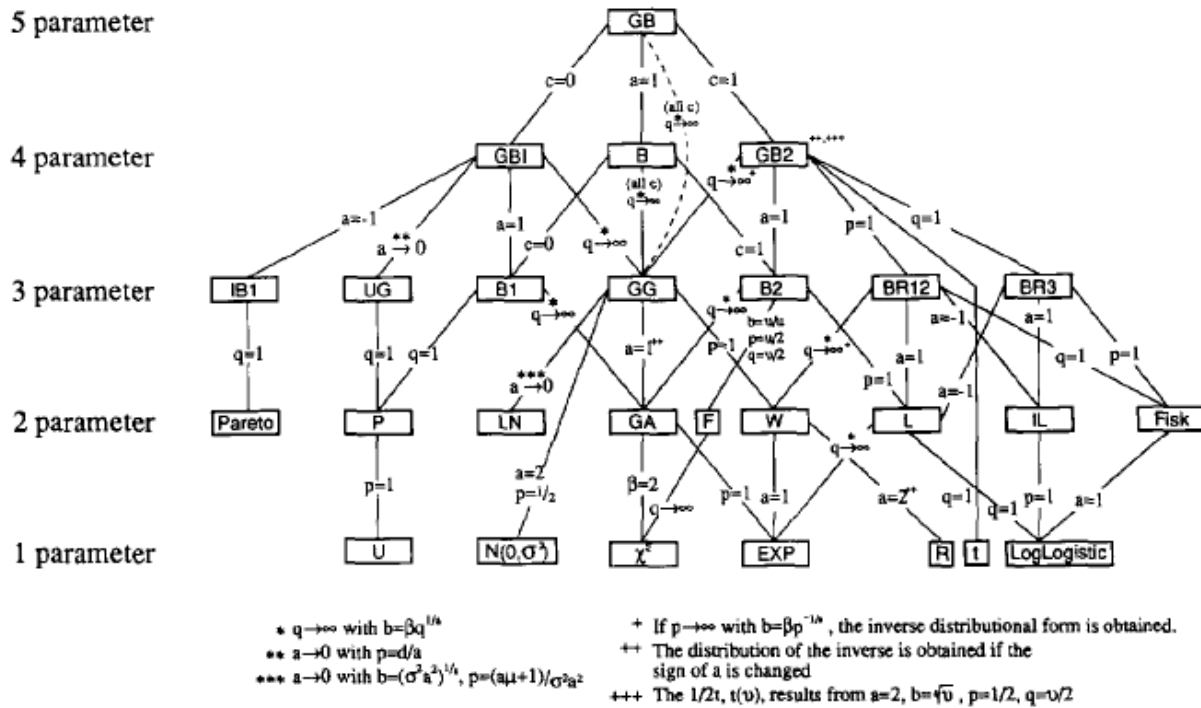
Estimoinnin ongelmallisuutta Jäntti ja Jenkins perustelevat selitettävien muuttujien rajoittuneella varianssilla, joka juontuu tilastollisten tuloeromuuttujien arvon rajoitteista. (Jäntti & Jenkins 2010, 222.)

Parametriseen jakaumaan perustuva estimointi voi helpottaa mallin tulosten taloudellista tulkintaa, sillä menetelmän soveltamisen tarjoama oleellinen hyöty on mahdollisuus tarkastella parametrien muutosten avulla muutosten vaikutuksia jakauman eri osissa. Tilanteessa, jossa tarkasteltava asia on erilaisista yksiköistä koostuva jakauma, on luonnollisesti mielenkiintoista havaita yleisen kehityksen lisäksi vaikutukset jakauman eri osissa. Tulojakaumien tutkimuksessa tämä on ensiarvoisen tärkeää, sillä kuten aiemmin on esitetty, ovat makromuuttujien vaikutukset hyvinkin erilaisia rikkailla ja köyhillä. Yhteenlaskettujen nettovaikutusten vuoksi selittäessä esimerkiksi keskimääräisten tulojen kasvua, emme voi tehdä juurikaan päätelmiä vaikutuksista tulojakaumaan. Sovellettaessa parametrinen jakauman sovitusta tarkasteltavaan jakaumaan, voimme selittää ja tulkita jakaumassa tapahtuvia muutoksia laajemmin ja syitä muutosten taustalla. (Thurow 1970, 261.)

Parametrinen jakauman käyttö vaatii tutkijalta ymmärrystä parametrien tulkinnasta ja ymmärrystä parametrien estimointiprosessista. Liian yksinkertainen parametrinen malli voi kuitenkin kääntyä itseään vastaan ja tuottaa ongelmia, mikäli emme kykene ymmärtämään tarpeeksi hyvin parametrin muutosten vaikutuksia. Lisäksi ongelmia parametrissa estimoinnissa voi aiheuttaa itse parametrien estimointimenetelmän valinta ja soveltaminen. Parametrien estimoinnin tarkkuus on ensiarvoisen tärkeää, sillä lopullisen mallin tulkinta perustuu estimoituihin jakauman parametreihin (McDonald 1984, 653). Esimerkiksi hyvin yleisesti käytetty tuloeromitta Gini-kerroin nähdään tuloeroja käsittelevässä kirjallisuudessa liian yksinkertaisena parametrina kuvaamaan tuloeroja. Tämä johtuu siitä, että Gini-kerroin on kuitenkin vain yksi tunnusluku, joka ei itsessään kerro millainen tulojakauma on kyseessä. Kuten muun muassa Atkinson (1970, 255) on osoittanut, antaa Gini-kerroin parametrina suhteellisesti enemmän painoarvoa keskiluokalle, joka ei välttämättä ole yhtenäinen yhteiskunnan hyvinvoinnin tai sosiaalisten arvojen kanssa.

## 4.2. Erilaiset jakaumat

McDonald ja Xu (1995) esittävät viisiparametrinen Beta-jakaumaperheen, josta voidaan erilaisin rajoituksin tai erikoistapauksin johtaa yli 30 erilaista jakaumaa. McDonald ja Xu esittämä jakaumapuu jakaumaperheen 1.-5-parametrisista jakaumista ja niiden välisistä yhteyksistä on nähtävissä kuvassa yksi (McDonald & Xu 1995, 139).



KUVIO 1. Otos 1.-5.parametrisista jakaumista GB-jakaumaperheessä, ja niiden välisistä yhteyksistä ja rajoitteista (McDonald & Xu 1995, 139).

McDonald ja Xu (1995) tutkivat erilaisten jakaumien sopivuutta käyttäen aineistoa, joka sisältää 63 558 kotitalouden tulotiedot ryhmiteltynä 21 tuloluokkaan. McDonald ja Xu käyttävät jakaumien sopivuuden tarkastelussa parametrien estimaatteja, neliövirheiden summaa (sum of squared error, SSE), absoluuttisten virheiden summaa (sum of absolute errors, SAE) ja khiin neliön jakauman sopivuuden testisuuretta. Heidän tulostensa mukaan parhaiten sopivat neljä-, kolme- ja kaksi-parametriset jakaumat ovat GB2, BR3 eli Dagum-jakauma ja Gamma-jakauma. (McDonald & Xu 1995, 144–156.)

Jenkins (1999) on käyttänyt vuoden 1991 mikroaineistoa esittäessään Dagum- ja Singh-Maddala-jakaumien estimointia suurimman uskottavuuden menetelmällä. Jenkinsin tuloksien mukaan Singh-Maddala- ja Dagum-jakaumat sopivat molemmat hyvin esittämään tulojakaumaa ainakin mikroaineistoa käytettäessä. Osa aiemmasta ryhmäaineistoa käsittelevästä kirjallisuudesta on suosinut Dagum-jakauman käyttöä. Jenkinsin mukaan suurin merkityksellinen eroavaisuus ei aiheudu jakauman sopivuudesta vaan estimoinnin konvergoitumisesta ja estimoinnin kestosta. (Jenkins 1999, 24).

#### 4.3. Dagum- ja Singh-Maddala-jakaumat, ja niiden estimointi

Aiempaan kirjallisuuteen pohjautuen otan tarkasteltavaksi kaksi kolmeparametrista, Dagum- ja Singh-Maddala-, jakaumaa niiden hyvien ominaisuuksien ja hyväksi osoitetun sopivuuden vuoksi.



Dagum- ja Singh-Maddala-jakaumat ovat molemmat peräisin GB-jakaumaperheestä ja eroavat GB2-neljä-parametrisesta jakaumasta muotoparametrin rajoitteeltaan (esim. Kleiber 2008, 4). Molempien jakaumien parametreista voidaan johtaa estimoidut Gini-kertoimet ja estimoidun Lorenz-käyrän pisteet, joihin perustan päätelmät jakauman sopivuudesta metodologian myöhemmässä vaiheessa. Lisäksi molempien jakaumien parametreille on olemassa tulonjakoon liittyvä taloudellinen selitys.

Jakaumat ovat läheisesti yhtenäisiä, ja kuten muun muassa Kleiber ja Kotz (2003) ovat osoittaneet, molemmat jakaumat ovat johdettavissa GB2-neljäparametrisesta jakaumasta. GB2-tiheysjakaumasta

$$GB2(y; a, b, q, p) = \frac{|a|y^{ap-1}}{b^{ap}B(b, q)(1 + \left(\frac{y}{b}\right)^a)^{p+q}}$$

saadaan Dagum-jakauman tiheysfunktio muotoparametrin q rajoitteella q = 1

$$Dagum(y; a, b, p) = \frac{apy^{ap-1}}{b^{ap}(1 + \left(\frac{y}{b}\right)^a)^{p+1}}$$

ja Singh-Maddala-jakauma tiheysfunktio muotoparametrin p rajoitteella p = 1

$$SM(y; a, b, q) = \frac{aqy^{a-1}}{b^a(1 + \left(\frac{y}{b}\right)^a)^{1+q}}$$

(Kleiber & Kotz 2003; 198, 212).

Molempien jakaumien parametrit ovat myös taloudelliselta tulkinnaltaan hyvin yhteneväiset. Molemmat jakaumat sisältävät kaksi muotoparametria ja yhden skaalaparametrin. Skaalaparametri b on molemmissa jakaumissa sama. Dagum-jakaumassa muotoparametrit ovat parametrit a ja p, kun taas Singh-Maddala-jakauman tapauksessa muotoparametrit ovat parametrit a ja q. Molempien jakaumien muotoparametrit ovat tulkittavissa tuloeromittoina, sillä ne kuvaavat tulojakauman muotoa.

Dagum- ja Singh-Maddala-jakaumat ovat esitettävissä myös niiden kertymäfunktio muodossa, jotka toisin kuin GB2-kertymäfunktio ovat molemmat ilmaistuna suljetussa muodossa ja saavat varsin yksinkertaisen funktio muodon. Singh-Maddala-jakauma saa kertymäfunktio muodon

$$F(y) = 1 - \left[1 + \left(\frac{y}{b}\right)^a\right]^{-q}, y > 0$$

ja Dagum-jakauma voidaan esittää kertymäfunktiona muodossa

$$F(y) = \left[ 1 + \left( \frac{y}{b} \right)^{-a} \right]^{-p}, y > 0$$

(Kleiber & Kotz 2003; 198, 213)

Singh-Maddala- ja Dagum-jakaumien kertymäfunktioista voidaan johtaa tulo-osuusfunktio, johon perustuu mahdollisuus johtaa Lorenz-käyrä estimoiduista parametreista. Lorenz-käyrän pisteet kullekin tulokymmenykselle saadaan laskettua epätäydellisen Beta-jakauman (Incomplete Beta function) avulla. Singh-Maddala-jakauman osalta Lorenz-käyrän pisteet tulokymmenykselle s saadaan laskettua yhtälöstä

$$L(s)_{SM} = ibeta \left( 1 + \frac{1}{a}, q - \frac{1}{a}, 1 - (1 - s)^{\frac{1}{q}} \right), s \in [10, 20, \dots, 90]$$

(Nichols, 2010b).

Dagum-jakauman tapauksessa Lorenz-käyrä määrytyy seuraavasti

$$L(s)_{Dagum} = ibeta \left( p + \frac{1}{a}, 1 - \frac{1}{a}, s^{\frac{1}{p}} \right), s \in [10, 20, \dots, 90]$$

(Nichols, 2010a).

Lorenz-käyrän lisäksi voidaan laskea parametrien avulla estimoidut Gini-kertoimet. Gini-kerroin lasketaan Dagum-jakauman parametreista yhtälöstä

$$Gini_{Dagum} = -1 + G(p) * \frac{G \left( 2p + \frac{1}{a} \right)}{[G(p + 1/a) * G(2p)]}, jossa G(.) = exp[ln\gamma(.)]$$

(Nichols, 2010a).

Singh-Maddala-jakauman parametrien mukaan laskettu Gini-kerroin saadaan vastaavasti

$$Gini_{SM} = 1 - G(q) * \frac{G \left( 2q - \frac{1}{a} \right)}{([G(q - 1/a) * G(2q)])}, jossa G(.) = exp[ln\gamma(.)]$$

(Nichols, 2010b).

Jakaumien parametrien estimointi perustuu tarkasteltavan jakauman sovittamiseen parametrien avulla kohdejakaumaan eli tässä tapauksessa tulo-osuusjakaumaan. Parametristen jakaumien funktiomuodosta voidaan nopeasti nähdä, että kyseiset jakaumat ovat epälineaarisia. Epälineaarisuus

tulee ottaa huomioon jakauman sovitusten valinnassa. Lisäksi on huomioitava kaksi tapausta, joka liittyy sovitettavan aineiston muotoon. Aineisto voi olla joko mikroaineisto, eli kotitalous tai yksilökohtaista, tai kuten tässä tutkielmassa käytetty, ryhmäaineisto eli yleensä tulo-osuuksien tulokymmenysaineisto. Aiemmassa kirjallisuudessa on käytetty esimerkiksi epälineaarista pienimmän neliösumman menetelmää (Non-Linear Least Squares) ja suurimman uskottavuuden (ML, Maximum Likelihood) menetelmää.

Dagum (1977) on käyttänyt epälineaarista pienimmän neliösumman menetelmää minimoimalla empiirisen kertymäfunktion ja kertymäfunktion Dagum-approksimaation välimatkaa, eli etsimällä ne parametrit  $a$ ,  $b$  ja  $p$ , jolla kertymäfunktio on lähinnä tilastoitua kertymäfunktioita. Matemaattisesti pienimmän neliösumman menetelmä ilmaistaan muodossa

$$\sum_{i=1}^n \{F_n(x_i) - [1 + \left(\frac{x_i}{b}\right)^{-a}]^{-p}\}^2$$

(Kleiber 2008, 10). García ja muut (2013) käyttävät tutkimuksessaan niin ikään epälineaarista pienimmän neliösumman menetelmää. Jäntti ja Jenkins (2005) ovat käyttäneet neljä-parametriseen Dagum-jakauman estimoinnissa ML-menetelmää.

Tässä tutkielmassa käytetään suurimman uskottavuuden (ML) menetelmää jakaumien parametrien estimoinnissa. Suurimman uskottavuuden menetelmässä etsitään iteroimalla se jakauman parametrien kombinaatio, jolla uskottavuusfunktio maksimoituu. Parasta parametrien kombinaatiota etsitään asetetun algoritmin mukaan. Estimoinnissa käytettävä algoritmi vaihtelee jakauman mukaan, jotta vältetään muun muassa mahdollisilta konkaaviuden aiheuttamilta ongelmilta tai algoritmin jäämiseltä jumiin. Käytännössä algoritmi valitaan kokeilujen perusteella etsien se algoritmi tai algoritmien kombinaatio, joka ongelmitta toteuttaa parametrien kombinaatioiden optimoinnin kaikkien havaintovuosien kohdalla. Käytän jakaumien sovittamisessa Nicholisin (2010) kirjoittamia ”*dagfit*” ja ”*smgfit*” Stata-ohjelman komentoja, jotka on luotu Dagum- ja Singh-Maddala-jakaumien sovittamiseen ryhmäaineistoon (Nichols 2010a ja 2010b). Nicholisin kirjoittamat ohjelmat tallentavat estimoinnin yhteydessä estimoidut estimaatit sekä niiden pohjalta lasketut Lorenz-pisteet ja Gini-kertoimet. Ohjelman tallentamia muuttujia käytetään metodologian seuraavassa osassa jakauman sopivuuden tarkastelussa ja estimoituja parametreja SUR-monyhtälömallin selitettävinä muuttujina.

#### 4.4. Jakauman sopivuuden tarkastelu

Tässä osiossa käyn läpi käyttämäni menetelmät jakauman sopivuuden mittaamiseen. Testausmenettelyt perustuvat edellisessä luvussa esitettyjen estimoiduista parametreista johdettujen suureiden vertaamiseen tilastoaineistoon. Ensimmäinen osa jakauman sopivuuden testauksessa perustuu parametreista estimoituihin Lorenz-käyrän pisteisiin ja toinen osa estimoituihin Gini-kertoimiin.

Lorenz-kertymäfunktio on yleisesti käytetty menetelmä kuvata tulojen jakautuneisuutta. Lorenz-kertymäfunktio kuvaa tulo-osuuksien kertymää siirryttäessä vähätuloisimmista suurituloisempiin. Lorenz-kertymäfunktio on siis kasvava, kun käytettävän tulo-osuusaineiston pohjana on käytettävissä olevat tulot. Teoreettisen jakauman sopivuutta voidaan mitata Lorenz-käyrää apuna käyttäen. Menetelmän perustana on estimoida Dagum- ja Singh-Maddala-parametreista Lorenz-kertymäfunktion pisteet. Lorenz-käyrän tilastoitujen ja estimoitujen pisteiden tarkastelussa käytetään kahta eri metodia. Toinen pohjautuu näiden välille muodostettavaan OLS-regressioon ja toinen kahden otoksen yhteensopivuuden Epps-Singleton-testiin.

Käytettäessä Lorenz-kertymäfunktia jakauman sopivuuden testaamisessa, muodostamme regressionalyysin, jossa selitettävänä muuttujana on tilastoidut Lorenz-kertymäfunktion arvot ja selittävänä muuttujana jakauman estimoitujen parametrien mukaan laskettu estimoitu Lorenz-käyrän arvo. Tällöin voimme pohjata tulkinnat kolmeen muuttujaan: vakioon, regressiokertoimeen ja virhetermiin. (García ja muut, 2013).

Estimoitava regressioyhtälö on muotoa:

$$L_{t,xx} = \alpha_1 + \beta_1 * L_{e,xx} + \varepsilon_{xx}, xx \in [10,20,\dots,80,90],$$

jossa  $L_{t,xx}$  kuvaa tilastoidun Lorenz-kertymäfunktion pisteiden arvoa,  $\beta_1$  on estimoitava regressiokerroin,  $L_{e,xx}$  on parametrien mukaan estimoidun Lorenz-kertymäfunktion arvo ja  $\varepsilon_{xx}$  on havaintoon liittyvä virhetermi.

Jakauman sopivuuden testaaminen perustuu hypoteeseihin, jonka mukaan regressiokertoimen  $\beta_1$  tulisi olla 1 ja virhetermin  $\varepsilon_{xx}$  tulisi olla 0. Vakion  $\alpha_1$  tulee olla lähellä nollaa, jotta todellisella ja estimoidulla Lorenz-käyrällä ei ole olemassa vakioista taso-eroa. Regressiokertoimen  $\beta_1$  tulisi olla 1, jolloin jakauman parametreista estimoitu Lorenz-kertymäfunktion arvo seuraa todellisen Lorenz-kertymäfunktion arvoa.

Regressioyhtälön estimoinnin lisäksi käytetään Eppsin ja Singletonin (1986) esittelemää kahden otoksen ES-testausmenetelmää jakaumien yhteensopivuudesta. Jakaumien yhteensopivuuden menettelyssä käytän ES-testausta yleisesti käytetyn Kolmogorov-Smirnov-testin sijaan, sillä ES-testi on voimakkaampi kuin KS-testi. Lisäksi KS-testin oletuksena on, että aineisto on jatkuvasta jakaumasta. ES-testimenettelyssä ei ole oletusta jatkuvasta jakaumasta ja testi soveltuu hyvin myös diskreeteille jakaumille. ES-testi soveltuu KS-testin tapaan myös pienien otoksien tarkasteluun, kun käytetään pienen otoksen korjaustermiä. (Goerg & Kaiser 2009, 454–457.)

ES-testi perustuu testisuureeseen  $W_2$ , joka on asympotoottisesti vapausastein  $r \chi^2$ -jakautunut. Testisuurelle  $W_2$  voidaan laskea tilastollisen merkitsevyyden p-arvo tämän ominaisuuden avulla.  $W_2$  testisuure mittaa tilastollista etäisyyttä varianssi-kovarianssimatriiseilla standardoitujen otosten välillä. Pienien otosten testaamisessa käytetään hyväksi Eppsin ja Singletonin simulaatioiden avulla estimoitua virheenkorjaustermiä  $C$ , joka määritellään seuraavasti:

$$\widehat{C}(n_1, n_2) = \{1 + (n_1 + n_2)^{-0,45} + 10,1(n_1^{-1,7} + n_2^{-1,7})\}^{-1}.$$

Pienen otoksen virheenkorjaustermiä  $\widehat{C}$  avulla saamme transformaation

$$T(W_2; n_1, n_2) = C(n_1, n_2) * W_2,$$

jossa virheenkorjausmallin estimaatin  $\widehat{C}$  parametrin on simulaatioiden avulla optimoitu minimoimaan virhe estimaatin ja teoreettisen virhetermin välillä. (Goerg & Kaiser 2009, 457.)

ES-testin nollahypoteesin  $H_0$  mukaan otokset ovat yhtäläisesti jakautuneita eli

$$H_0: \phi_1(t) = \phi_2(t), -\infty < t < \infty.$$

Nollahypoteesi hylätään, jos testisuurelle  $W_2$  laskettava p-arvo on alle valitun luottamusasteen. Vastaavasti nollahypoteesin hylkääminen voidaan perustella käyttäen testisuurelle  $W_2$  laskettavia kriittisiä arvoja. (Goerg & Kaiser 2009; 456, 463.)

Gini-kerroin on yleisesti käytetty tuloeromitta ja se on löydettävissä tilastoituina useimmiten myös pitkille aikasarjoille. Kuten aiemmissa kappaleissa on käsitelty, niin estimaatti Gini-kertoimelle on myös johdettavissa estimoiduista Dagum- ja Singh-Maddala-parametreista. Tällöin voimme käyttää myös Gini-kerrointa kuvaamaan jakauman sopivuutta. Perustan testausmenettelyn Gini-kertoimen osalta estimoidun Gini-kertoimen ja Tilastokeskuksen mikroaineistosta lasketun Gini-kertoimen yhteyden tarkasteluun, jota testataan estimoitavalla OLS-regressiolla:

$$G_{t,i} = \alpha_1 + \beta_1 * G_{e,i} + \varepsilon_i,$$

jossa tilastoitua vuoden  $i$  Gini-kerrointa  $G_{t,i}$  selitetään vakiotermillä  $\alpha_1$ , estimoidulla vuoden  $i$  Gini-kertoimella  $G_{e,i}$  ja virhetermillä  $\varepsilon_i$ . Estimoin lisäksi regression ilman vakiotermiä. Jakauman parametrien mukaan estimoitavan Gini-kertoimen tulisi seurata mahdollisimman hyvin tilastoitua Gini-kerrointa eli regressiokertoimen  $\beta_1$  tulisi olla lähellä yhtä. Vakiotermi  $\alpha_1$  kuvaa tasoeroa tilastoidun ja estimoidun Gini-kertoimen välillä. Jos vakiotermi  $\alpha_1$  ei eroa tilastollisesti merkitsevästi nolasta, niin muuttujien välillä ei ole havaittavissa tilastollisesti merkitsevää tasoeroa. Virhetermi kuvaa havainnon poikkeavuutta eli yksittäisen estimoidun Gini-kertoimen poikkeavuutta tilastoidusta Gini-kertoimesta. Luonnollisesti OLS-regressio estimoidaan erilleen molempien, Singh-Maddala- ja Dagum-, jakaumien osalta. Tilastoidun Gini-kertoimen ja estimoitujen Gini-kertoimien regression tarkastelu eroaa oleellisesti Lorenz-käyrän tilastoitujen ja estimoitujen pisteiden sopivuudesta, sillä Lorenz-käyrän tarkastelu on vuosikohtaista eli kyseessä on poikkileikkausaineisto, kun taas Gini-kertoimen yhteyden tulkinta toteutetaan aikasarja-aineistosta.

#### 4.5. Dagum-jakauman parametrien taloudellinen tulkinta

Dagum-jakauma on kolmiparametrinen jakauma, jossa  $b$  on skaalaparametri, ja  $a$  ja  $p$  parametrit ovat muotoparametreja. Tuloerojen eli tulojakauman muodon tulkinnassa parametrit  $a$  ja  $p$  ovat avainasemassa. Parametrien  $a$  ja  $p$  avulla voidaan muodostaa Gini-kerroin, joka on laskeva funktio molempien parametrien suhteen. Vaikka Gini-kerroin on molempien muotoparametrien suhteen laskeva, se ei kerro koko totuutta (García ja muut, 2013). Parametrien suhteellisen vaikutuksen ero jakauman ylä- ja alapäässä tekevät niistä tulkinnallisesti mielenkiintoisia. Selvittääksemme parametrien taloudellista tulkintaa esitämme Garcían ja muiden (2013) tapaisesti tulo-osuudet Dagum muotoparametrien funktiona.

Liitteistä löytyvässä kuvaajaryhmässä on esitetty tulo-osuudet Dagum muotoparametrien  $a$  ja  $p$  funktiona tulokymmenyksittäin (LIITE 1). Kuvaajien  $x$ - ja  $y$ -akselien arvoalueet on asetettu niitä vastaavien estimoitujen parametrien minimi- ja maksimiarvojen mukaan. Kuvaajat on muodostettu laskemalla parametrien mukaiset Lorenz-käyrän pisteet kaikilla parametrien arvo-alueiden kombinaatioilla 0,1 yksikön välein. Tämän jälkeen Lorenz-käyrän pisteistä on laskettu kunkin tulokymmenyksen tulo-osuus. Tulo-osuudet desiileittäin on tämän jälkeen esitettävissä tasokäyrinä parametrien  $a$  ja  $p$  suhteen. Tulo-osuuksien tasokäyrät ovat värikoodattu siten, että tulo-osuus kasvaa siirryttäessä väriskaalassa sinisestä punaiseen. Kunkin kuvaajan oikealla puolella on esitettynä mittari, jossa on esitettynä kutakin värialueen rajaa esittävä tulo-osuus. Värien rajana olevalla käyrällä siis on esitettynä ne muotoparametrien  $a$  ja  $p$  kombinaatiot, joilla kyseisen tulokymmenyksen tulo-osuus

toteutuu. Tulkinnaalle oleellista on havaita käyrien kaltevuuden muutokset ja väriskaalan suunnan vaihtuminen siirryttäessä alemmista tuloluokista ylempiin tuloluokkiin.

Alimpien viiden tulokymmenyksen osalta tulo-osuus on kasvava molempien parametrien suhteen. Alimman kymmenyksen osalta voimme havaita hyvin identtisen vaikuttavuuden tulo-osuuteen molempien muotoparametrien suhteen. Muotoparametrin  $p$  vaikutus tulo-osuuteen laskee siirryttäessä tulokymmenykseltä toiselle, mikä näkyy tulo-osuutta kuvaavan käyrän muodon jyrkkyyden kasvaessa lähes pystysuoraksi. Viidennen tulokymmenyksen osalta muotoparametrin  $p$  vaikutus on kadonnut lähes kokonaan. Mitä alemmalla tulo-osuudella tarkastellaan, sitä pienemmällä parametrin  $p$  muutoksella voidaan kompensoida parametrin  $a$  muutos pysyttäessä samalla tulo-osuustasolla. Viidennen tulokymmenyksen vastaavaa kompensatiota tapahtuu hyvin vähän eli pienen parametrin  $a$  muutosta tulisi kompensoida verrattain suurella parametrin  $p$  muutoksella.

Tarkasteltaessa kuvaajia (LIITE 1) 6.-8.tulokymmenyksen osalta havaitsemme, kuinka molempien parametrien vaikutus siirtyy negatiiviseksi tulo-osuuteen nähden. Kuudennen tulo-kymmenyksen tulo-osuus kasvaa muotoparametrin  $a$  kasvaessa, mutta parametrilla  $p$  on heikko negatiivinen vaikutus tulo-osuuteen nähden. Seitsemännen tulokymmenyksen osalta tulo-osuus on edelleen kasvava parametrin  $a$  suhteen, mutta vaikutus parametrin  $p$  osalta on voimistunut. Lisäksi seitsemännen tulokymmenyksen osalta on havaittavissa siirtymistä parametrin  $a$  vaikutuksen suunnassa. Kahdeksannen tulokymmenyksen osalta tulo-osuus on edellisten tulokymmenysten tapaan negatiivinen parametrin  $p$  suhteen. Kahdeksannen tulokymmenyksen osalta on kuitenkin havaittavissa siirtymä, jossa parametrin  $a$  kasvulla on negatiivinen vaikutus tulo-osuuteen kaikilla paitsi ihan alimmilla parametrin  $a$  arvoilla.

Parametrien kasvun negatiivinen suhde korostuu yhdeksännen tulo-osuuden kohdalla. Tulo-osuus laskee molempien parametrien kasvaessa. Parametrien vaikutusten suhde mahdollistaa kompensaaion parametrien välillä, jolloin nettovaikutus pienenee parametrien vastakkaisilla muutoksilla. Ylimmän tulokymmenyksen tulo-osuuden osalta havaitaan tulo-osuustasojen jyrkkeneminen. Tulo-osuus on molempien parametrien suhteen laskeva, mutta parametrin  $a$  vaikutus dominoi parametrin  $p$  vaikutusta. Parametrin  $p$  vaikutus on varsin matala ja voidaan tulkita, että rikkaimman tulokymmenyksen tulo-osuuden nettovaikutus riippuu lähinnä parametrin  $a$  muutoksista.

Ceteris paribus-ajattelumalli auttaa havainnoimaan Dagum-jakauman parametrien tulkintaa, mutta todellisuudessa parametrit  $a$  ja  $b$  eivät juurikaan muutu toisistaan riippumatta. Joidenkin tulokymmenysten osalta nettovaikutukset ovat selkeämmin arvioitavissa kuin toisissa. Tulkintaa hankaloittaa vaikutusten riippuvuus lähtötilanteesta sekä parametrien suhteellinen vaikutus.

#### 4.6.Dickey-Fuller-yksikköjuuritestit

Monet talouden muuttujista sisältävät tasomuuttujana yksikköjuuren ja ovat integroituneet asteella yksi eli ovat  $I(1)$ -muuttujia. Tämä tarkoittaa sitä, että muuttujat ovat epästationaarisia ja niiden kulku on satunnaista. Erityisesti ne talouden muuttujat, joihin vaikuttaa populaation kasvu, kuten bruttokansantuote ja työllisyys, kärsivät tästä ominaisuudesta. Muuttujien epästationaarisuus aiheuttaa ongelmia estimoinnissa. Selitettäessä yhtä satunnaismuuttujaa toisella satunnaismuuttujalla, saadaan hyvin suurella varmuudella näiden muuttujien välille tilastollinen merkitsevyys, vaikka todellisuudessa muuttujilla ei olisi minkäänlaista vaikutusta toisiinsa. (Greene 2012, 982–985.)

Muuttujien stationaarisuuden testaaminen on välttämätöntä, jotta voimme luottaa estimointiemme tuloksiin. Hyvin yleisesti käytetty testausmenettely on Dickey-Fuller-yksikköjuuritestit. Dickey-Fuller-testausmenettely perustuu tarkasteltavan muuttujan muutoksen selittämiseen sen viivästetyllä arvolla ja viivästetyillä muutoksilla sekä mahdollisesti trendi- ja/tai drift-muuttujalla. Esimerkiksi k-viiveen Dickey-Fuller-malli, jossa selittäjänä aikatrenditermi  $\delta t$ , drift-termi  $\alpha$ , ja tarkasteltavan muuttujan viivästetty arvo  $y_{t-1}$ , ja viivästetyt selitettävän muuttujan muutokset viiveeseen  $k$  saakka.

$$\Delta y_t = \alpha + \beta y_{t-1} + \delta t + \zeta_1 \Delta y_{t-1} + \zeta_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \zeta_k \Delta y_{t-k} + \varepsilon_t$$

Testaamisessa käytettävien viiveiden  $k$  lukumäärä määrätään AIC informaatiokriteerin perusteella, jonka perusteella teemme päätelmän, kuinka viiveiden lisääminen tuo lisäinformaatiota. Malliin sisällytetään trendimuuttuja  $\delta t$  jos tarkasteltavassa muuttujassa on havaittavissa trendinomaista muutosta ajassa. Dickey-Fuller-testin nollahypoteesi

$$H_0: \beta = 0,$$

eli hypoteesi yksikköjuuren olemassa olost, voidaan hylätä mikäli laskettava DF-testisuure  $DF(Z_t)$  on pienempi kuin valitun luottamusasteen  $\alpha$  kriittinen arvo  $DF_{crit}^\alpha$ . Nollahypoteesi hylätään siis jos

$$DF(Z_t) < DF_{crit}^\alpha.$$

(Stata Press 2015, 157–159.)

Dickey-Fuller-yksikköjuuritestit tehdään stationaarisuuden määrittämiseksi kaikille käytettäville muuttujille, niiden transformaatioille ja differensseille. Testin perusteella valitaan käytettävät muuttujat tai niiden transformaatiot metodologian kolmannen vaiheen SUR-moniyhtälömalliin.



#### 4.7. Yhteisintegroituvuuden testaus

Epästationaaristen muuttujien muuntaminen stationaarisiksi differentioimalla on yleisesti käytetty tapa poistaa muuttujien epästationaarisuuden aiheuttamat ongelmat estimoinnissa. Menetelmän ongelmana on kuitenkin mallin tulkinnan muuttuminen lyhyen aikavälin muutosten tarkasteluksi. Selitettävän ja selittävien muuttujien differenssit sisältämä malli estimoi selitettävien muuttujien muutosten hetkellistä yhteyttä selitettävän muuttujan muutokseen, jolloin muuttujien pitkän aikavälin tasapainon tarkastelu on mahdotonta. Yksi vaihtoehto välttää differenssi-muotoisen mallin ongelmalta on tarkastella epästationaaristen muuttujien yhteisintegraatiota. Yhteisintegroituvuudella tarkoitetaan epästationaaristen selitettävien ja selittävien muuttujien tasapainorelaatiota, jossa epästationaariset aikasarjat liikkuvat suhteessa toisiinsa (Greene 2012, 1003). Yhteisintegroituneiden muuttujien välille on löydettävissä pitkän aikavälin tasapainorelaatiosuhde, jonka pohjalta on mahdollista estimoida virheenkorjausmalli (Greene 2012, 1003).

Muuttujien yhteisintegraatiota voidaan tarkastella Engle-Granger (1987) esittämän menetelmän avulla, joka perustuu selitettävän ja selittävien muuttujien lineaarikombinaation stationaarisuuden testaamiseen. Jos selitettävä muuttuja  $Y$  ja selittävät muuttujat  $X$  ovat integroituneita asteella yksi eli ovat  $I(1)$ -muuttujia, niin niiden lineaarikombinaatio  $z$  on yleensä

$$z_t = x_t - \alpha y_t$$

myös integroitunut asteella yksi. Mikäli lineaarikombinaatio  $z$  on stationaarinen eli  $I(0)$ , niin muuttujat  $x$  ja  $y$  ovat yhteisintegroituneita ja niillä on pitkän aikavälin tasapainorelaatio. (Engle & Granger 1987, 253.)

Tarkasteltava lineaarikombinaatio  $z$  on kuitenkin tuntematon, joten käytännössä tarkastelu perustuu estimoidun regression virhetermin tarkasteluun. Aluksi siis suoritetaan epästationaaristen muuttujien mallin estimointi, jonka perusteella saamme virhetermin  $e$ , joka on lineaarikombinaation  $z$  estimaatti. Virhetermin  $e$  stationaarisuuden testaus voidaan suorittaa erilaisin tavoin (Engle & Granger 1987, 266). Yleisesti käytetty menetelmä on kuitenkin suorittaa lineaarikombinaation  $z$  estimaatille eli virhetermille Augmented Dickey-Fuller -yksikköjuuritestin. Normaalien Dickey-Fuller-yksikköjuuritestin kriittisten arvojen käyttäminen päätelmien pohjana ei kuitenkaan ole mahdollista, sillä lineaarikombinaation  $z$  sijaan tarkastelu pohjautuu sen estimaattiin. Virhetermin testausmenettelyssä käytetään MacKinnonin esittämien taulukkoarvojen mukaisesti laskettuja yhteisintegraatiotestin kriittisiä arvoja (MacKinnon 2010, 13). Käytettävä kriittinen arvo saadaan laskemalla

$$CV_e = \beta_\infty + \beta_1 T^{-1} + \beta_2 T^{-2} + \beta_3 T^{-3}, \text{ jossa}$$

T on havaintojen lukumäärä ja arvot  $\beta_x$  saadaan MacKinnonin esittämästä taulukosta (MacKinnon 2010, 12).

#### 4.8. Seemingly Unrelated Regression-moniyhtälömalli

Makromuuttujien vaikutuksia valitun jakauman parametreihin tarkastellaan estimoimalla SUR-malli (Seemingly Unrelated Regression). Yleisesti SUR-malli on moniyhtälö malli, jossa

$$y_i = \mathbf{X}_i \beta_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, M.$$

ja jonka virhetermit  $\varepsilon_i$  muodostavat  $MT \times 1$  virhetermivektorin

$$\varepsilon = [\varepsilon'_1, \varepsilon'_1, \dots, \varepsilon'_M]'$$

SUR-mallissa oletetaan, että mallin selittävät muuttujat ovat eksogeenisiä virhetermien suhteen, jolloin selittävillä muuttujilla ei ole vaikutusta virhetermin  $\varepsilon$  odotusarvoon. Selittävien muuttujien eksogeenisuus virhetermiin on esitettävissä matemaattisesti seuraavasti

$$E[\varepsilon | \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_M] = 0.$$

SUR-mallin virhetermien oletetaan olevan homoskedastiset

$$E[\varepsilon_m \varepsilon'_m | \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_M] = \sigma_{mm} \mathbf{I}_T,$$

jossa T on havaintojen lukumäärä ja M estimoitavien yhtälöiden lukumäärä.

Jokainen regressioyhtälö sisältää  $K_i$  selittävää muuttujaa, jolloin selittäviä muuttujia on yhteensä

$$K = \sum_i^M K_i.$$

Mallissa selitettävien muuttujien lukumäärä K tulee olla pienempi kuin havaintojen T lukumäärä eli  $T > K$ .

Lisäksi oletetaan, että virhetermit eivät korreloi havaintojen välillä, mutta korreloivat regressioyhtälöiden välillä, eli

$$E[\varepsilon_{it} \varepsilon_{js} | \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_M] = \sigma_{ij}, \text{ jos } t = s \text{ ja muulloin nolla.}$$

Jolloin saamme esitettyä virhetermin muodossa

$$E[\varepsilon_{iti}\varepsilon'_j|\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_M] = \sigma_{ij}\mathbf{I}_T$$

$$E[\varepsilon\varepsilon'|\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_M] = \mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \sigma_{11}\mathbf{I} & \cdots & \sigma_{1M}\mathbf{I} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{M1}\mathbf{I} & \cdots & \sigma_{MM}\mathbf{I} \end{bmatrix}$$

GLS (yleinen pienimmän neliösumman) menetelmä on tehokas estimaattori SUR-mallin estimoimisessa. Esimerkiksi kahden yhtälön SUR-malli ( $M = 2$ ) voidaan esittää matriisimuodossa

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_1 \\ \boldsymbol{\beta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Voimme muodostaa virhetermien 2x2 kovarianssimatriisin

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix},$$

Sijoitettaessa kovarianssimatriisin  $\Sigma$  aikaisempaan virhetermien korrelaatioyhtälöön  $\mathbf{\Omega}$ , saamme

$$\mathbf{\Omega} = \Sigma \otimes \mathbf{I}$$

ja

$$\mathbf{\Omega}^{-1} = \Sigma^{-1} \otimes \mathbf{I}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = [\mathbf{X}'\mathbf{\Omega}^{-1}\mathbf{X}]^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{\Omega}^{-1}\mathbf{y} = [\mathbf{X}'(\Sigma^{-1} \otimes \mathbf{I})\mathbf{X}]^{-1}\mathbf{X}'(\Sigma^{-1} \otimes \mathbf{I})\mathbf{y}.$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \begin{bmatrix} \sigma_{11}\mathbf{X}'_1\mathbf{X}_1 & \sigma_{12}\mathbf{X}'_1\mathbf{X}_2 \\ \sigma_{21}\mathbf{X}'_2\mathbf{X}_1 & \sigma_{22}\mathbf{X}'_2\mathbf{X}_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^2 \sigma_{1j}\mathbf{X}'_1\mathbf{y}_j \\ \sum_{j=1}^2 \sigma_{2j}\mathbf{X}'_2\mathbf{y}_j \end{bmatrix}.$$

(Greene 2012, 332–342).

SUR-moniyhtälömallista on olemassa erikoistapaus, jossa kaikkien yhtälöiden selittävät muuttujat ovat identtisiä. Tässä erikoistapauksessa GLS estimaatti saa saman arvon kuin yksittäin pienimmän neliösumman menetelmällä estimoidut yhtälöt. Tämä tulos voidaan johtaa aiemmin johdetusta GLS-menetelmän  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  estimaatista, kun

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{X}_2 = \mathbf{X} \text{ (identtiset selittävät muuttujat),}$$

jolloin  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  estimaatti supistuu muotoon:

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \sigma_{11}(X'X)^{-1} & \sigma_{12}(X'X)^{-1} \\ \sigma_{21}(X'X)^{-1} & \sigma_{22}(X'X)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (X'X) \sum_{l=1}^2 \sigma_{1l} b_l \\ (X'X) \sum_{l=1}^2 \sigma_{2l} b_l \end{bmatrix}.$$

Tällöin saamme laskettua yksittäiset estimaatit, kuten estimaatin  $\beta_1$

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_1 &= \sigma_{11}(X'X)^{-1}(X'X) \sum_{l=1}^2 \sigma_{1l} b_l + \sigma_{12}(X'X)^{-1}(X'X) \sum_{l=1}^2 \sigma_{1j} b_l \\ &= \sigma_{11} \sum_{l=1}^2 \sigma_{1l} b_l + \sigma_{12} \sum_{l=1}^2 \sigma_{1l} b_l \\ &= \sum_{j=1}^2 \sigma_{1j} \sum_{l=1}^2 \sigma_{lj} b_l \\ &= b_1 \left( \sum_{j=1}^2 \sigma_{1j} \sigma_{j1} \right) + b_2 \left( \sum_{j=1}^2 \sigma_{1j} \sigma_{j2} \right) \\ &= b_1. \end{aligned}$$

Identtisten selittävien muuttujien tapauksessa GLS estimaatti on siis sama kuin OLS estimaatti.

Asymptoottinen kovarianssimatriisi voidaan estimoida

$$COV_e[\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2] = \hat{\sigma}_{12}(X'X)^{-1}, \text{ jossa } \hat{\sigma}_{12} = \frac{1}{T} \varepsilon'_1 \varepsilon_2$$

(Greene 2012, 332–342).

Yleisesti SUR-moniyhtälömallin GLS-estimointi tuo erillisiin OLS-estimointeihin verrattuna kaksi merkittävää etua. SUR-malli mahdollistaa yhtälöiden välisen muuttujien tilastollisen merkitsevyyden testaamisen. Toiseksi SUR-menetelmä normaalitapauksessa mahdollistaa ja ottaa huomioon yhtälöiden virhetermien korrelaation, joka johtaa tarkempiin estimaatteihin. Muuttujan yhtälöiden välisen tilastollisen merkitsevyyden testaamisen vuoksi SUR-moniyhtälömallin estimointi GLS-menetelmällä, verrattuna erillisiin OLS-estimointeihin, voi olla hyödyllistä, vaikka menetelmällä ei saavutettaisi tarkempia tuloksia verrattuna OLS-menetelmään.

Aiemmin esitetty identtisten selittävien muuttujien SUR-moniyhtälömallin erikoistapaus ei poista SUR-mallin hyödyllisyyttä suhteessa OLS-malliin. SUR-mallin käyttö mahdollistaa yksinkertaisen tavan testata selittävän muuttujan estimaatin eroavaisuutta nolasta samanaikaisesti kaikissa mallin yhtälöissä. Testausmenettely perustuu Waldin testisuureeseen

$$W = (Rb - r)' (RVR')^{-1} (Rb - r), \text{ jossa}$$

testisuure  $W$  on  $\chi^2$ -jakautunut vapausastein  $q$

$$W \sim \chi_q^2.$$

(StataCorp 2013, 18.)

SUR-moniyhtälömallin normaalitapauksessa GLS-menetelmä on tarkempi estimaattori kuin OLS-menetelmä, sillä menetelmä ottaa huomioon yhtälöiden välisen virhetermien samanaikaisen korrelaation. Menetelmän parempi tehokkuus on intuitiivisesti selitettävissä sillä, että virhetermien korrelaatio tuo lisää informaatiota, jonka huomioonottaminen mahdollistaa mallin tarkemman estimoinnin. SUR-moniyhtälön estimoinnin hyöty kasvaa, kun virhetermien korrelaatio kasvaa. Virhetermien korrelaation vaikutus näkyy menetelmän tuloksissa tarkempina estimaatteina, pienempinä keskivirheinä ja mahdollistaa siten tarkemmat päätelmät tilastollisesta merkitsevyydestä. (Greene 2012, 334–335.)

Tutkielmassa käytettävä SUR-malli rakentuu selitettävistä Dagum-jakauman muotoparametreista  $a$  ja  $p$ , sekä selittävistä makromuuttujista. Tavoitteena on siis selvittää miten valitut makromuuttujat vaikuttavat Dagum-jakauman muotoparametreihin, jotka puolestaan kuvaavat tulojen jakautuneisuutta.

SUR-moniyhtälömalli on esitettävissä yleisesti kahden muuttujan yhtälöryhmämuodossa seuraavasti

$$A = \mathbf{X}\beta^a + \varepsilon_1, \quad E(\varepsilon_1\varepsilon_1') = \sigma_{11}\mathbf{I}_N$$

$$P = \mathbf{X}\beta^p + \varepsilon_2, \quad E(\varepsilon_2\varepsilon_2') = \sigma_{22}\mathbf{I}_N$$

Yhteisintegraation testaamiseksi muodostan SUR-moniyhtälömallin epästationaaristen muuttujien pohjalta

$$A_t = \text{Vakio}^a + \beta_1^a \ln BKT_t + \beta_2^a \text{Inflaatioaste}_t + \beta_3^a \text{Reaalikorko}_t + \beta_4^a \text{Työllisyysaste}_t + \beta_5^a \text{Trade}_t + \varepsilon_t^a$$

$$P_t = \text{Vakio}^p + \beta_1^p \ln BKT_t + \beta_2^p \text{Inflaatioaste}_t + \beta_3^p \text{Reaalikorko}_t + \beta_4^p \text{Työllisyysaste}_t + \beta_5^p \text{Trade}_t + \varepsilon_t^p, \text{ jossa}$$

Dagum-jakauman muotoparametreja  $a$  ja  $p$  selitetään bruttokansantuotteen luonnollisella logaritmillä, inflaatioasteella, reaalikorolla, työllisyysasteella ja talouden avoimuudella. Kaikki selitettävät ja selittävät muuttujat ovat  $I(1)$ -muuttujia eli integroituneita asteella yksi. Molempien yhtälöiden residuaaleille suoritetaan erikseen tehtävien yhteisintegroituvuus käyttäen Augmented Dickey-Fuller testimenettelyä ja MacKinnon (2010) esittämiä kriittisiä arvoja.

Vertailen tutkielmassa kolmen vaihtoehtoisen kahden yhtälön lyhyen aikavälin SUR-mallin tuloksia. Ensimmäinen estimointimalli (1) seuraa muuttujiltaan García ym. (2013) tutkielman SUR-mallin rakennetta, mutta estimoitavaa SUR-mallia kehitetään yhteisintegraation puutteen vuoksi lyhyen aikavälin mallin tarkasteluun. Lyhyen aikavälin malli saadaan ottamalla kaikista muuttujista näiden ensimmäinen differenssi. Tällöin tarkasteltava malli ei myöskään kärsi selittävien muuttujien epästationaarisuudesta, sillä kaikki muuttujat olivat  $I(1)$ -muuttujia ja siten muuntuvat differentioimalla stationaarisiksi (LIITE 6). Tällöin estimoitava SUR-malli on esitettävissä seuraavasti

$$\begin{aligned}\Delta A_i &= \text{Vakio} + \beta_1^a \Delta \ln BKT_i + \beta_2^a \Delta \text{Inflaatioaste}_i + \beta_3^a \Delta \text{Reaalikorko}_i + \beta_4^a \Delta \text{Työllisyysaste}_i \\ &\quad + \varepsilon_i^a \\ \Delta P_i &= \text{Vakio} + \beta_1^p \Delta \ln BKT_i + \beta_2^p \Delta \text{Inflaatioaste}_i + \beta_3^p \Delta \text{Reaalikorko}_i + \beta_4^p \Delta \text{Työllisyysaste}_i \\ &\quad + \varepsilon_i^p, \text{ jossa}\end{aligned}$$

selitettävänä muuttujina ovat Dagum-jakauman  $A_i$  ja  $P_i$  muotoparametrien estimaattien muutos havainnoille  $i = 1988, \dots, 2013$ , ja selittävinä muuttujina talouden kasvu, inflaatioasteen muutos, reaalikoron muutos ja työllisyysasteen muutos.

Estimoitavissa malleissa (2) ja (3) otan huomioon mallissa (1) havaittavan autokorrelaatio-ongelman, jota korjaan Roine ym. (2009) ehdotelman mukaisesti lisäämällä selittäväksi muuttujaksi kyseisen muotoparametrin viivästetyn 1.differenssin (Roine ja muut 2009, 981).

$$\begin{aligned}\Delta A_i &= \text{Vakio} + \beta_1^a \Delta \ln BKT_i + \beta_2^a \Delta \text{Inflaatioaste}_i + \beta_3^a \Delta \text{Reaalikorko}_i + \beta_4^a \Delta \text{Työllisyysaste}_i \\ &\quad + \beta_5^a L.1 \Delta A_i + \varepsilon_i^a \\ \Delta P_i &= \text{Vakio} + \beta_1^p \Delta \ln BKT_i + \beta_2^p \Delta \text{Inflaatioaste}_i + \beta_3^p \Delta \text{Reaalikorko}_i + \beta_4^p \Delta \text{Työllisyysaste}_i \\ &\quad + \beta_5^p L.1 \Delta P_i + \varepsilon_i^p\end{aligned}$$

Mallissa (3) lisätään selittäväksi muuttujaksi talouden avoimuutta kuvaava muuttuja.

$$\begin{aligned}\Delta A_i &= \text{Vakio} + \beta_1^a \Delta \ln BKT_i + \beta_2^a \Delta \text{Inflaatioaste}_i + \beta_3^a \Delta \text{Reaalikorko}_i + \beta_4^a \Delta \text{Työllisyysaste}_i \\ &\quad + \beta_5^a \Delta \text{Trade}_i + \beta_6^a L.1 \Delta A_i + \varepsilon_i^a \\ \Delta P_i &= \text{Vakio} + \beta_1^p \Delta \ln BKT_i + \beta_2^p \Delta \text{Inflaatioaste}_i + \beta_3^p \Delta \text{Reaalikorko}_i + \beta_4^p \Delta \text{Työllisyysaste}_i \\ &\quad + \beta_5^p \Delta \text{Trade}_i + \beta_6^p L.1 \Delta P_i + \varepsilon_i^p\end{aligned}$$

Avoimuutta kuvaava Trade-muuttuja lisätään SUR-malliin, jotta voidaan tarkastella avoimuus-muuttujan tarpeellisuutta ja tilastollista merkitsevyyttä mallin selittäjänä. Mikäli avoimuus-muuttuja

on oleellinen selittävä muuttuja ja jättäisimme sen mallista pois, niin aiempien mallien tulokset voivat olla vääristyneitä puuttuvan muuttujan harhan vuoksi.

## 5. Aineisto

Tutkielmassa käytettävät muuttujat on listattu taulukossa 1. Käytettävä aineisto koostuu Tilastokeskuksen, OECD:n ja Maailmanpankin tilastoista yhteen kerättyjen muuttujien aikasarjoista. Suurin osa kerätystä aineistosta on kerätty vuositason.

TAULUKKO 1. Käytettävät muuttujat ja lähteet

Tilastokeskuksen tilastot ovat saatavilla  
<http://www.tilastokeskus.fi>,  
OECD:n tilastot osoitteesta  
<http://stats.oecd.org/> ja  
Maailmanpankin tilastot osoitteesta  
<http://databank.worldbank.org>.

Muuttuja	Lähde
Bruttokansantuote	Tilastokeskus
Elinkustannusindeksi	Tilastokeskus
Gini-kerroin (käyt. olevat tulot)	Tilastokeskus
Pitkän ajan nimellinen korko	OECD
S90S10-suhde	Tilastokeskus
Tulo-osuudet (käyt. olevat tulot)	Tilastokeskus
Tulot ylärajalla	Tilastokeskus
Tulojen keskiarvo	Tilastokeskus
Työllisyysaste	OECD
Trade	Maailmanpankki

Dagum- ja Singh-Maddala -jakaumien sovittamiseen käytettävä tulo-osuusaineisto vuosilta 1987–2013 on Tilastokeskuksesta saatava tulo-osuusaineisto käytettävissä olevista tuloista, mukaan lukien myyntivoitot ja asuntotulo. Tulo-osuusaineisto sisältää kunkin kymmenyksen tulo-osuuden eli kyseisen kymmenyksen osuuden kaikista tuloista, sekä tiedon tuloista kymmenyksen ylärajalla. Käytettävä jakauman sovitusmenetelmä vaatii kunkin kymmenyksen ylä- ja alarajan, jolloin alemman kymmenyksen yläraja on yhtä kuin ylemmän kymmenyksen alaraja. Alimman kymmenyksen alarajaksi asetetaan nolla euroa, sillä Dagum-jakauman estimointi ei mahdollista negatiivisia tuloja käytettäväksi aineistosta (Jenkins 1999, 22). Tämä rajoite ei aiheuta ongelmia estimoinnissa, sillä negatiiviset käytettävissä olevat tulot eivät ole todennäköisiä. Alimman kymmenyksen tulojen alarajan asettaminen nollan sijasta joksikin muuksi, kuten opintotuen tai sosiaaliturvan vähimmäismääräksi, ei myöskään vaikuta merkittävästi estimoitaviin parametreihin.

Tilastokeskuksen mikroaineistosta laskema käytettävissä olevien tulojen Gini-kerroin on käytössä arvioitaessa jakauman sopivuutta ja päätettäessä käytettävästä jakaumasta. Lisäksi jakauman sopivuuden tarkastelussa käytetään Tilastokeskuksen tarjoamia muuttujia tulojen keskiarvo ja S90S10-suhde. S90S10-suhde on kerroin, joka kuvaa kotitalouksista rikkaimman kymmenyksen tulo-osuuden suhdetta kotitalouksista köyhimmän kymmenyksen tulo-osuuteen.



Tilastokeskuksen tarjoamaa elinkustannusindeksiä käytetään mittaamaan inflaatiota. Elinkustannusindeksi määräytyy hyödykekorin hinnanmuutosten perusteella siten, että hyödykekorin hinta vuodelle 1900 saa indeksin aloitusarvon 100. Elinkustannusindeksi on laskettu kuukausittain ja regressioissa siitä on käytössä hyödykekorin hinnan indeksin vuoden keskiarvo. Kuukausittain määritettyä elinkustannusindeksiä käytetään johtamaan vuosittainen todellinen vuosikorko OECD:n kuukausittaisesta pitkän ajan nimellisestä korosta. Todellinen vuosikorko lasketaan kuukausittaisen inflaatiokorjatun koron vuoden keskiarvona.

Elinkustannusindeksin ja reaalikoron lisäksi moniyhtälömallissa ovat käytössä selittävinä muuttujina bruttokansantuote, työllisyysaste ja talouden avoimuutta kuvaava Trade-muuttuja. Bruttokansantuote on Tilastokeskuksen kansantaloudellisesta tilinpidosta ja mittaa kotimaisten tuotantoyksiköiden tuotantotoiminnan lopputulosta markkinahintaan. Työllisyysaste on OECD:n tilastoista ja kuvaa työllisten osuutta työikäisistä (yli 15 vuotiaista). Trade-muuttuja kuvaa viennin ja tuonnin yhteenlaskettua suhdetta verrattuna bruttokansantuotteeseen. Trade-muuttujaa käytetään kuvaamaan maan talouden kansainvälisyyttä, ja kansainvälisyyden kehitystä.

## 6. Tulokset

Tässä luvussa esittelen neljännessä luvussa esitettyjen estimointien ja testausmenettelyiden tuloksia. Luku seuraa rakenteeltaan metodologian rakennetta siten, että ensin käydään läpi tarkasteltavien jakaumien parametrien estimoinnin tulokset, jonka jälkeen edetään jakaumien sopivuuden tarkasteluun. Käytettävän jakauman valinnan jälkeen siirrytään muuttujien testausmenettelyn tuloksiin. Viimeiseksi esitetään estimoitujen SUR-moniyhtälömallien ja mallien autokorrelaatiotestien tulokset.

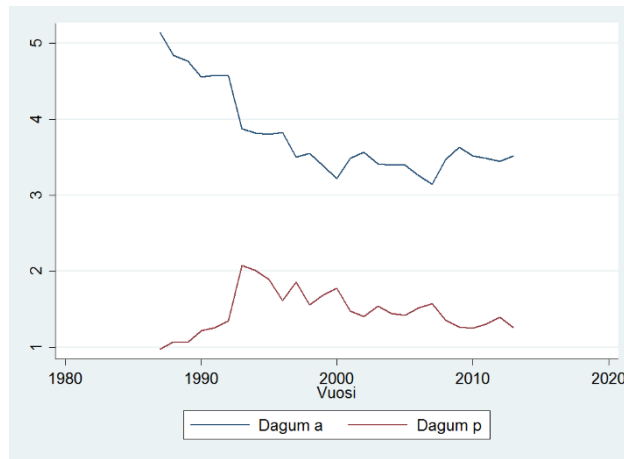
### 6.1. Parametrien estimoinnin tulokset

Estimoitaessa suurimman uskottavuuden menetelmällä tarkasteltavien Dagum- ja Singh-Maddala-jakaumien parametrit saadaan molemmista jakaumista estimoitua kolme parametria yhtä havaintoa eli vuotta kohden. Taulukossa 2 ovat esiteltynä estimoitavien parametrien keskiarvot, keskihajonnat sekä minimi- ja maksimi-arvot. Estimoinnin pohjana oleva tulo-osuusaineisto on vuosilta 1987–2013, jolloin estimoitavien parametrien lukumäärä on niin ikään 27.

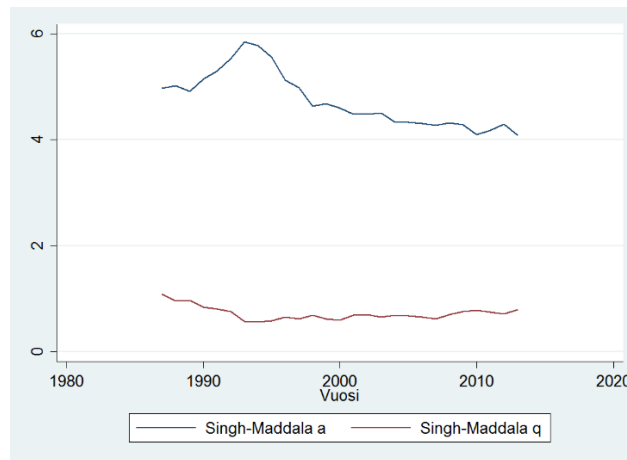
TAULUKKO 2 Yhteenveto Dagum- ja Singh-Maddala-parametrien estimoinnin tuloksista

Muuttuja		N	Keskiarvo	Keskihajonta	Min	Max
Dagum	a	27	3.784031	.5587724	3.149782	5.138768
	b	27	22.305	4.346745	15.75893	29.85525
	p	27	1.466727	.2816654	.9727156	2.079985
SM	a	27	4.74458	.5237884	4.084251	5.845438
	b	27	22.78627	4.015278	17.1786	30.06529
	q	27	.7230286	.1277702	.5582504	1.086675

Kuviossa 2 on esitettynä Dagum-jakauman muotoparametrit aikajanalla havaintojaksolla 1987–2013. Dagum-jakauman muotoparametri a saa suurimman arvonsa tarkastelujakson alussa ja pienimmän arvonsa vuonna 2007. Dagum-jakauman muotoparametri p saa maksimi-arvonsa vuonna 1993 ja minimiarvonsa havaintojakson alussa. Tarkastelujakson alussa vuodesta 1987 vuoteen 1993 muotoparametri p kasvaa rajusti, kun vastaavasti muotoparametri a on laskenut. Muotoparametri a on pääosin laskenut vuoteen 2000 saakka, jonka jälkeen se on tasoittunut noin 3,5 tasolle pois lukien vuoden 2008 hetkellinen lasku. Muotoparametrin p trendi on huippuvuodesta 1993 lähtien ollut laskeva.



KUVIO 2. Dagum-jakauman muotoparametrit  $a$  ja  $p$  kehitys 1987-2013.



KUVIO 3. Singh-Maddala-jakauman muotoparametrit  $a$  ja  $q$  kehitys 1987-2013.

Kuviossa 3 on esitetty vastaavasti Singh-Maddala-jakauman parametrit aikajanalla. Singh-Maddala-jakauman muotoparametri  $q$  laskee havaintojakson alusta vuoteen 1993 saakka, jonka jälkeen kehitys on ollut hyvin tasaista. Muotoparametri  $a$  kasvaa havaintojakson alussa huippuarvoonsa vuonna 1993, jonka jälkeen se laskee seuraavan 4-5 vuoden aikana. Vuoden 2000 jälkeen Singh-Maddala-jakauman muotoparametrissa  $a$  on havaittavissa heikosti laskeva trendi.

Estimoitujen skaalaparametrien tarkasteluun ei tässä tutkielmassa ole kiinnitetty huomiota. Vaikkakin tulojen yleinen kehitys on erinomainen tutkimusaihe varsinkin yhteiskunnallisen hyvinvoinnin tutkimuksen kannalta, on tässä tutkielmassa tehty tietoinen valinta keskittyä erityisesti tulojakauman muodon, eli tulonjaon tarkasteluun. Tarkastelujakson alussa vuosina 1987–1991 skaalaparametrien kehitys on ollut hyvin maltillista. Molempien jakaumien skaalaparametrien kehityksessä on selkeästi havaittavissa 90-luvun alun lama, jonka myötä skaalaparametrit romahtavat vuosien 1991 ja 1993 välillä. Vuoden 1993 jälkeen kehitys on ollut nousujohteista vuoteen 2010 saakka.

## 6.2. Jakauman sopivuuden tarkastelun tulokset

Taulukossa 3 on esimerkin muodossa nähtävissä estimoitujen parametrien mukaan laskettuja tunnuslukuja vuosille 1987, 1997 ja 2007. Pikaisella silmäyksellä estimoitavat jakaumat vaikuttaisivat hieman yliarvioivan ylimmän kymmenyksen tulo-osuutta, sillä Lorenz(90) eli Lorenz-tiheysjakauman yhdeksännelle desiilille saa jakaumien parametrien perusteella pienempiä arvoja, kuin vastaava tilastoitu muuttuja. Rikkaimman kymmenyksen tulojen yliarvioiminen voi myös olla osaksi syynä siihen, että tulojen keskiarvo on parametrien mukaan estimoitaessa huomattavasti suurempi kuin tilastot antavat ymmärtää. Yleisesti vaikuttaisi kuitenkin, että Lorenz-käyrän estimoiminen onnistuu varsin hyvin. Liitteissä esitetyistä kuvaajista voidaan myös graafisesti havaita Lorenz-käyrän hyvä sopivuus vuosille 1987, 1995, 2000 ja 2013 (LIITE 2).

TAULUKKO 3. Dagum- ja Singh-Maddala-parametreista estimoituja tunnuslukuja vuosille 1987, 1997 ja 2007

	1987			1997			2007		
	Tilasto	Dagum	SM	Tilasto	Dagum	SM	Tilasto	Dagum	SM
Gini-kerroin	19,6	19,6	19,4	23,7	25,4	26,5	28,0	29,1	31,0
Keskiarvo	18006	20461	20400	21142	25594	25939	28295	36092	37126
S90/S10	3,7	3,6	3,6	4,6	4,9	5,3	6,1	6,3	7,0
Lorenz(10)	0,048	0,050	0,050	0,045	0,045	0,044	0,039	0,039	0,037
Lorenz(30)	0,189	0,192	0,193	0,176	0,171	0,169	0,158	0,155	0,151
Lorenz(50)	0,365	0,366	0,367	0,340	0,330	0,325	0,315	0,306	0,297
Lorenz(70)	0,574	0,570	0,571	0,540	0,523	0,516	0,509	0,497	0,482
Lorenz(90)	0,827	0,819	0,821	0,793	0,778	0,767	0,761	0,757	0,737

Ekonometrisen sopivuuden tarkastelun perusteella Singh-Maddala- ja Dagum-jakaumat sopivat hyvin tarkasteltavaan Suomen tulo-osuusaineistoon. Vuosittain molempien jakaumien parametrien mukaan estimoidut regressiokertoimet ja Epps-Singleton-testisuureet ovat taulukoituna liitteissä (LIITE 3). Molempien jakaumien parametrien mukaisesti lasketut Lorenz-pisteiden arvot korreloivat vahvasti tilastoitujen tulo-osuuksien kanssa.

Regressiolyhtälö estimoidaan jokaiselle vuodelle erikseen selittäen jokaisen desiilin tilastoitua Lorenz-pistettä vastaavalla estimoidulla Lorenz-pisteellä. Pienimmän neliösumman menetelmällä estimoitava regressiolyhtälö on siten muotoa:

$$L_{t,xx} = \alpha_1 + \beta_1 * L_{De,xx} + \varepsilon_{xx}, xx \in [10,20,\dots,80,90],$$

jossa  $xx$  desiilin tilastoitua Lorenz-pistettä  $L_{t,xx}$  selitetään vakiotermillä ja Dagum-jakauman parametrien mukaan desiilille  $xx$  estimoidulla Lorenz-estimaatilla  $L_{De,xx}$ . Singh-Maddala-jakauman tapauksessa käytetään vastaavasti estimoitua Lorenz-estimaattia  $L_{SMe,xx}$ . Regressiolyhtälö

estimoidaan OLS-menetelmällä, jolloin saamme estimaatit vakiotermille  $\alpha_1$  ja regressiokertoimelle  $\beta_1$ .

Dagum-jakauman parametrien mukaan estimoidut Lorenz-käyrän pisteet korreloivat hyvin tilastoaineiston kanssa ja estimaatit saavat arvoja väliltä  $[1,0056; 1,0266]$ , eli ovat hyvin lähellä tavoiteltua regressiokerrointa 1,00. Estimaatin arvot ovat kuitenkin suurempia kuin tavoiteltu täydellinen korrelaatio (regressiokerroin 1,00), jolloin voisimme päätellä, että Dagum-parametrien mukaan estimoidut Lorenz-pisteet hieman yliarvioivat ylimmän desiilin tulo-osuutta. Suorittamalla t-testit vakion  $\alpha_1$  ja regressiokertoimen  $\beta_1$  estimaateille siten, että tarkastellaan vakion  $\alpha_1$  eroavuutta nolasta ja regressiokertoimen  $\beta_1$  eroavuutta ykkösestä, saadaan tulokseksi, että vakio  $\alpha_1$  ei eroa nolasta tilastollisesti merkitsevästi suurimmassa osassa tapauksista. Regressiokerroin  $\beta_1$  eroaa täydellisestä korrelaatiosta ( $\beta_1=1.00$ ) tilastollisesti merkitsevästi 20 vuoden osalta.

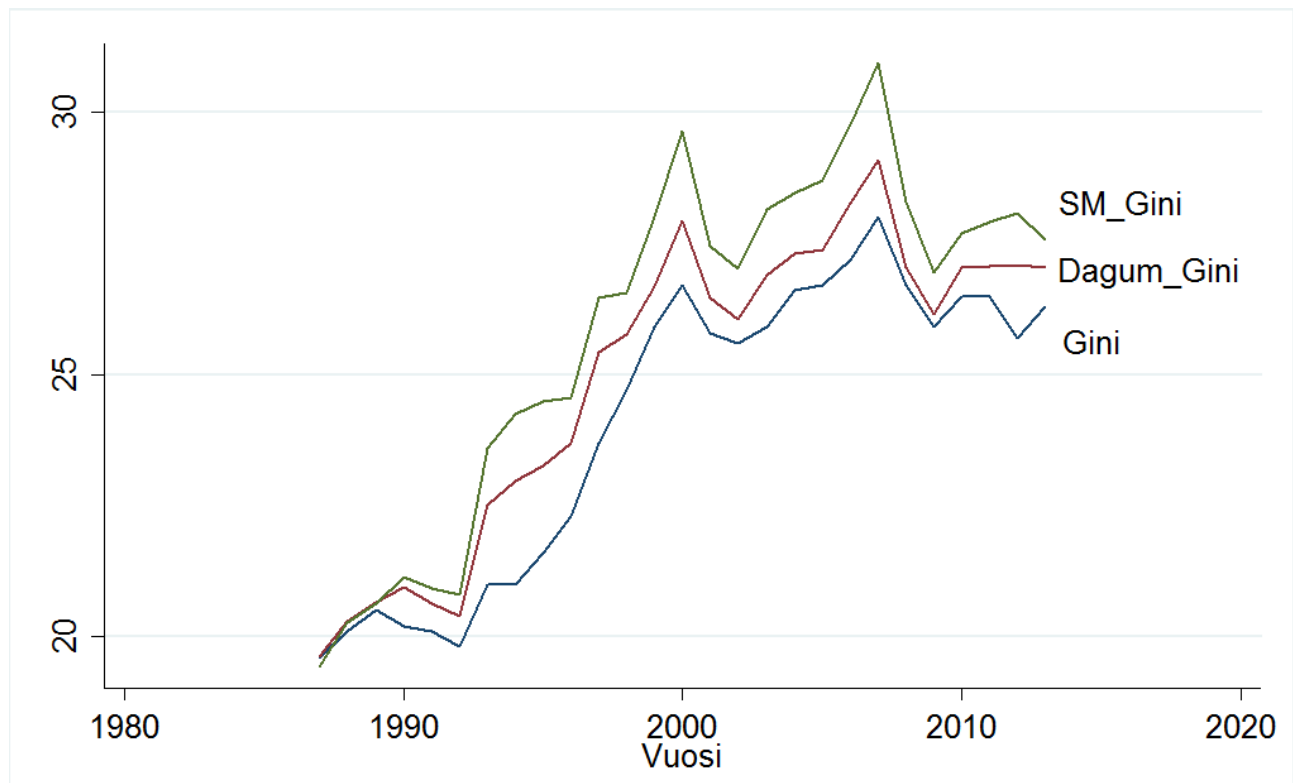
Singh-Maddala-jakauman parametrien mukaan estimoidut Lorenz-käyrän pisteet korreloivat niin ikään hyvin tilastoaineiston kanssa ja regressiokerroin  $\beta_1$  vaihtelee välillä  $[1,012; 1,044]$ . Suorittamalla vakion  $\alpha_1$  ja regressiokertoimen  $\beta_1$  estimaateille t-testit vastaavasti kuin Dagum-jakauman osalta havaitsemme vakion  $\alpha_1$  eroavan tilastollisesti merkitsevästi nolasta niin ikään suurimmassa osassa tapauksista. Dagum-jakauman tilanteesta poiketen Singh-Maddala-jakauman tapauksessa regressiokerroin  $\beta_1$  eroaa täydellisestä korrelaatiosta tilastollisesti merkitsevästi kaikilla havaintovuosilla.

Estimoitaessa regressioyhtälö  $L_{t,xx}$  ilman vakiotermiä  $\alpha_1$  selittäjänä eivät estimaattien arvot absoluuttisesti juurikaan muutu varsinkaan Dagum-jakauman osalta. Dagum-jakauman parametrien mukaan estimoitujen Lorenz-käyrän pisteiden regressiokerroin  $\beta_1$  saa arvoja väliltä  $[1,005; 1,028]$ . Vastaavasti Singh-Maddala-jakauman osalta regressiokerroin vaihtelee välillä  $[1,004; 1,046]$ . T-testin perusteella estimaatit eroavat Dagum-jakauman osalta yhdestä tilastollisesti kaikkien havaintovuosien kohdalla. Singh-Maddala-jakauman osalta  $\beta_1$  estimaatti ei eroa tilastollisesti yhdestä ensimmäisen havaintovuoden (1987) kohdalla. (LIITE 4)

Kahden otoksen yhteensopivuutta mittaavan ES-testin tulokset ovat taulukoituna liitteissä (LIITE 3). ES-testisuureen avulla tarkastellaan ensin estimoitujen Lorenz-käyrien ja tilastoidun Lorenz-käyrän tilastollista yhteneväisyyttä vuosikohtaisesti. Toiseksi, ES-testisuure lasketaan verraten estimoituja Lorenz-käyriä keskenään. ES-testi antaa hyvin pieniä testisuureen  $W_2$  arvoja suhteessa testin kriittisiin arvoihin (13,277(1 %), 9,488 (5 %) ja 7,779 (10 %)) kaikkien testiryhmien osalta. Täten emme voi hylätä testin nollahypoteesia

$$H_0: \phi_1(t) = \phi_2(t), -\infty < t < \infty .$$

ES-testin perusteella emme voi siis sanoa, että otoksen perusteella tilastoitu Lorenz-jakauma eroaisi tilastollisesti merkitsevästi estimoiduista Lorenz-jakaumista. Lisäksi ES-testi ei löydä tilastollisesti merkitsevää eroa Dagum- ja Singh-Maddala-parametrien mukaan estimoitujen Lorenz-käyrien välillä.



KUVIO 4. Gini-kertoimien, tilastoidun ja Dagum- ja Singh-Maddala-parametrien mukaan estimoidut, kehitys vuosina 1987-2013.

Kuviossa 4 on esitetty tilastoidun ja estimoitujen Gini-kertoimien kehitys vuodesta 1987 vuoteen 2013. Gini-kertoimet ovat löydettävissä taulukoituna liitteissä (LIITE 5). Kuvaajasta voimme graafisesti havaita, että jakaumien parametrien mukaisesti estimoidut Gini-kertoimet, DG\_gini ja SM\_gini, seuraavat pääsääntöisesti tilastoidun Gini-kertoimen liikehdintää. Otettaessa huomioon, että jakaumien parametrit ovat estimoitu käytettävissä olevien tulojen (ml. asuntotulo ja myyntivoitot) tulokymmenysaineistosta, niin estimaatit vaikuttavat selittävän hyvin mikroaineistosta lasketun tilastoidun Gini-kertoimen liikehdintää. Verrattaessa estimaatin paremmuutta Dagum- ja Singh-Maddala-jakaumien välillä, viittaisi graafinen tarkastelu Dagum-parametrien mukaan lasketun Gini-kertoimen olevan lähempänä tilastoitua Gini-kerrointa.

Estimoitaessa OLS-regressio, jossa tilastoitua Gini-kerrointa selitetään vakiotermillä ja estimoidulla Gini-kertoimella, saadaan tulokseksi regressiokertoimen  $\beta_1$  estimaatti ja vakiotermin estimaatti, joka kuvaa vakioista eroavaisuutta tilastoidun ja estimoidun Gini-kertoimen välillä. Tulokset OLS-regressioista on esitettynä taulukossa 4. Tulostaulukon sarakkeella (1) selitämme tilastoitua Gini-kerrointa Singh-Maddala-jakauman parametreista estimoidulla Gini-kertoimella ja vakiotermillä.

Sarakkeella (2) on esitetty regressiokertoimen tulokset ilman vakiotermiä. Vastaavasti Dagum-jakauman parametreista estimoidun Gini-kertoimen osalta tulokset on esitetty sarakkeilla (3) ja (4).

Kaikki estimoidut Gini-kertoimet selittävät tilastollisesti merkitsevästi tilastoidun Gini-kertoimen vaihteluja. Tarkastellessa, kuinka tarkasti jakaumien parametrien mukaan estimoitava Gini-kerroin seuraa tilastoitua Gini-kerrointa, on syytä tarkastella myös regressiokertoimen  $\beta_1$  eroavaisuutta yhdestä. Regressiokertoimien  $\beta_1$  tilastollista eroavaisuutta yhdestä kuvaava t-testisuure on esitetty taulukon 4 viimeisellä rivillä. T-testisuureen perusteella kolmannen OLS-regression regressiokerroin on ainoa ei tilastollisesti merkitsevästi yhdestä poikkeava estimaatti. T-testin tulos vahvistaa graafista tulkintaa siitä, että Dagum-parametrien mukaan estimoitu Gini-kerroin seuraa tarkemmin tilastoidun Gini-kertoimen vaihtelua.

TAULUKKO 4. Gini-kertoimien OLS-regression tulostaulukko. Selitettävänä muuttujana tilastoitu Gini-kerroin. Regressio 1 (3) sisältävät selittäjinä Singh-Maddala- (Dagum-) parametrien mukaan estimoidun Gini-kertoimen ja vakiotermin. Regressio 2 (4) sisältävät selitettävänä muuttujana ainoastaan Singh-Maddala- (Dagum-) parametrien mukaan estimoidun Gini-kertoimen. Tilastollinen merkitsevyys 1 % (5 %) luottamusasteella on merkitty estimaatin jälkeen kolmella (yhdeellä) tähdellä.

	(1)	(2)	(3)	(4)
SM-Gini	0,827*** (0,043)	0,931*** (0,006)		
DG-Gini			0,964*** (0,034)	0,966*** (0,004)
Vakio	2,727* (1,125)		0,048 (0,863)	
R2	0,9361647	0,9989419	0,9692368	0,9995871
t-test ( $\beta_1=1$ )	-4,023	-11,5	-1,059	-8,5

Yhteenvetona molemmat jakaumat vaikuttavat soveltuvan varsin hyvin tulo-osuusjakauman mallintamiseen myös käytettäessä parametrien estimoinnissa tulokymmenyksien tulo-osuusaineistoa. Molempien jakaumien parametrien mukaan estimoidut Lorenz-käyrät seuraavat tilastoitua Lorenz-käyrän pisteitä hyvin, kuten ES-testi vahvistaa. Niin Lorenz-käyrän kuin Gini-kertoimen regressiokertoimien tarkastelussa Dagum-jakauman parametreista estimoidut muuttujat selittävät paremmin ja tarkemmin tilastoituja muuttujia. Täten käytämme metodologian kolmannessa vaiheessa Dagum-jakauman parametreja selitettävinä muuttujina SUR-moniyhtälömallissa.

### 6.3. Dickey-Fuller tulokset

Dickey-Fuller-yksikköjuuritestin tulokset löytyvät liitteistä (LIITE 6). Dickey-Fuller-testisuureet on laskettu muuttujien normaalimuodolle ja luonnollisen logaritmin transformaatiolle tasomuodossa sekä tarvittaessa ensimmäisen ja toisen differenssin osalta. Testisuureet ja niitä vastaavat sulkeissa esitetyt p-arvot on jaoteltu kolmeen, Singh-Maddala, Dagum ja Makro, kategoriaan.

Kaikki makrotalouden muuttujat (bruttokansantuote, inflaatioaste, todellinen vuosikorko, työllisyysaste ja avoimuus) ovat normaalimuodossaan epästationaarisia, mutta niiden 1. differenssi on stationaarinen, eli ne ovat  $I(1)$ -muuttujia eli integroituneet asteella yksi. Elinkustannusindeksin (EKI) luonnollinen logaritmi on trendistationaarinen. Muut tarkasteltavat makromuuttujat ovat luonnollisen logaritmin transformaation myötä edelleen tasomuodossa epästationaarisia.  $\ln(\text{bkt})$ -muuttujan ensimmäinen differenssi eli  $D\ln(\text{bkt})$  -kasvumuuttuja on stationaarinen, jolloin voimme todeta  $\ln(\text{bkt})$ -muuttujan olevan  $I(1)$ -muuttuja. Talouden avoimuus-muuttuja on niin ikään integroitunut asteella yksi. Työllisyysasteen luonnollisen logaritmin 1. differenssi on stationaarinen p arvolla 0,05. Todellisen vuosikoron luonnollinen logaritmi saavuttaa stationaarisuuden vasta 2. differenssin osalta, jolloin voimme päätellä  $\ln(\text{interest})$ -muuttujan olevan integroitunut asteella 2.

Dagum-jakauman muotoparametrit  $a$  ja  $p$  ovat integroituneita asteella yksi molemmissa muodoissaan, sillä molempien 1. differenssi on stationaarinen. Singh-Maddala-jakauman muotoparametri  $a$  on niin normaali- kuin logaritmi-muodossaan stationaarinen jo tasomuuttujana. Muotoparametri  $q$  puolestaan on molemmissa muodoissaan integroitunut asteella 1 eli muuttujien ensimmäiset differenssit ovat stationaarisia.

Dickey-Fuller-yksikköjuuritestin tulosten perusteella valitaan käytettävien muuttujien funktiomuodoksi normaalimuotoisten muuttujien 1. differenssit, mikäli ei ole havaittavissa yhteisintegraatiota. Epästationaaristen tasomuuttujien sijaan käyttämällä stationaarisia differenssimuotoja voimme välttää ns. näennäisregression harhan estimointituloksissa. Ensimmäisen differenssin valinta helpottaa tulosten tulkintaa myöhemmässä vaiheessa, sillä kaikki mallin muuttujat ovat funktionaaliselta muodoltaan yhteneväiset.

### 6.4. Yhteisintegroituveden tarkastelu

Yhteisintegraation testaus perustuu epästationaaristen muuttujien SUR-mallin virhetermien stationaarisuuden tarkasteluun. Virhetermi on muuttujien lineaarikombinaation estimaatti. Tarkasteltava SUR-malli on muodostettu Dickey-Fuller-yksikköjuuritestissä epästationaarisiksi osoittautuneista muuttujista. Tarkasteltavat virhetermit saadaan SUR-moniyhtälömallista, joka on esitettävissä muodossa



$$\begin{aligned}
A_t &= Vakio^a + \beta_1^a \ln BKT_t + \beta_2^a Inflaatioaste_t + \beta_3^a Reaalikorko_t + \beta_4^a Työllisyysaste_t \\
&\quad + \beta_5^a Avoimuus_t + \varepsilon_t^a \\
P_t &= Vakio^p + \beta_1^p \ln BKT_t + \beta_2^p Inflaatioaste_t + \beta_3^p Reaalikorko_t + \beta_4^p Työllisyysaste_t \\
&\quad + \beta_5^p Avoimuus_t + \varepsilon_t^p.
\end{aligned}$$

Estimoimalla tämän SUR-moniyhtämällin saamme kaksi virhetermiä  $\varepsilon_t^a$  ja  $\varepsilon_t^p$ , joiden avulla voimme tarkastella mallin muuttujien yhteisintegroituneisuutta. ADF-yksikköjuuritestauksen viivepituus määritellään Akaiken -informaatiokriteerin (AIC) perusteella. Liitteissä on esitettynä virhetermien  $\varepsilon_t^a$  ja  $\varepsilon_t^p$  viiveiden merkitsevyyden tarkastelun tulokset (LIITE 8 ja LIITE 10). AIC-informaatiokriteerin perusteella käytämme yksikköjuuritarkastelussa virhetermin  $\varepsilon_t^a$  osalta viivepituutta 1 ja virhetermin  $\varepsilon_t^p$  osalta viivepituutta 0. Määritetyille viivepituuksille saamme suoritettua ADF-yksikköjuuritestit virhetermeille  $\varepsilon_t^a$  ja  $\varepsilon_t^p$ , joiden tulokset ovat esitettynä liitteissä (LIITE 9 ja LIITE 11).

ADF-testisuureta verrataan MacKinnonin (2010) taulukon arvoista laskettaviin kriittisiin arvoihin, sillä normaalin ADF-testin kriittiset arvot eivät ole päteviä tarkasteltaessa estimoidun parametrin stationaarisuutta. Yhteisintegroituneisuuden tarkastelussa käytettävät kriittiset arvot ovat löydettävissä liitteissä (LIITE 12) (MacKinnon 2010, 13). Mackinnonin esittämän kaavan avulla saamme laskettua testausmenettelyssä käytettävän kriittisen arvon

$$\begin{aligned}
CV_{e,5\%} &= \beta_\infty + \beta_1 T^{-1} + \beta_2 T^{-2} + \beta_3 T^{-3} \\
&= -4,70693 - \frac{16,9178}{26} - \frac{17,492}{26^2} + \frac{60,007}{26^3} \\
&= -5,38008
\end{aligned}$$

Yhteisintegraatiotestin nollahypoteesi

$$H_0: \rho = 1,$$

on hypoteesi virhetermin epästationaarisuudesta, joka voidaan hylätä, jos saatava testisuure on pienempi kuin kriittinen arvo. Mikäli nollahypoteesi hylätään, niin voimme päätellä muuttujien olevan yhteisintegroituneita. Mikäli testisuure on suurempi kuin kriittinen arvo, emme voi hylätä nollahypoteesia ja päätelemme, että muuttujat eivät ole yhteisintegroituneita.

Virhetermin  $\varepsilon_t^a$  ADF-testisuureksi saadaan -2,586 (LIITE 9). Virhetermille  $\varepsilon_t^a$  saatavaa ADF-testisuure on suurempi kuin kriittinen arvo, jolloin emme voi hylätä nollahypoteesia yksikköjuuren olemassa olost, ja voimme päätellä virhetermin  $\varepsilon_t^a$  olevan epästationaarinen. Ensimmäisen SUR-

mallin Dagum muotoparametrin  $\alpha$  ja selittävien muuttujien välillä ei ole löydettävissä yhteisintegraatiota, sillä niiden lineaarikombinaatio on myös epästationaarinen.

Virhetermin  $\varepsilon_t^p$  osalta saamme ADF-testisuureksi -4,993, joka on yhtälön  $\alpha$  virhetermin tapaan suurempi kuin kriittinen arvo  $CV_{5\%}$  (-5,38008), jolloin emme voi hylätä nollahypoteesia ja päätelemme virhetermin  $\varepsilon_t^p$  olevan myös epästationaarinen. Tällöin Dagum muotoparametrin  $\rho$  ja selittävien muuttujien lineaarikombinaatio ei ole stationaarinen.

Yhteisintegraatiotestin tulosten perusteella voimme päätellä, että mallin muuttujat eivät ole yhteisintegroituneita eikä niiden välillä ole pitkän aikavälin tasapainorelaatiota. Koska muuttujat eivät ole yhteisintegroituneita, emme myöskään voi muodostaa virheenkorjausmallia (ECM). Mallissa voi kuitenkin esiintyä lyhyen aikavälin vaikutuksia, joten on luonnollista siirtyä lyhyen aikavälin mallin tarkasteluun.

## 6.5.SUR-mallin tulosten tulkinta

Estimoitavista SUR-moniyhtälömalleista ensimmäinen on SUR-moniyhtälömallin erityistapaus, jossa muotoparametreja  $\alpha$  ja  $\rho$  selitetään identtisillä selittävillä muuttujilla. Kaksi seuraavaa mallia ovat normaalimuotoisia SUR-moniyhtälömalleja. Taulukossa 5 on esitettyä SUR-mallien estimointien tulokset. Tulokset ovat laajemmin tarkasteltavissa liitteistä (LIITE 13, LIITE 14 ja LIITE 15), joissa on esitettyä lisäksi kunkin mallin virhetermien korrelaatiomatriisi, Breusch-Pagan virhetermien riippumattomuuden testisuure sekä SUR-mallien yhtälöiden residuaaleille suoritettut autokorrelaatiotestit.

SUR-mallin yhtälöiden virhetermit korreloivat vahvasti, mikä on pääteltävissä niin korrelaatiomatriisista kuin testisuureista. Testisuureita vastaavat p-arvot ovat hyvin pienet, jonka perusteella voimme hylätä hypoteesin virhetermien korreloimattomuudesta yhtälöiden välillä. Virhetermien korreloimattomuus ei aiheuta ongelmia SUR-mallille vaan päinvastoin puoltaa mallin käyttöä. Mikäli mallin virhetermit olisivat riippumattomia toisistaan, voisimme yhtä hyvin estimoida ne erikseen OLS-estimointimenetelmällä. Virhetermien korrelaatio täten vahvistaa päätöstä käyttää estimoinnissa SUR-moniyhtälömallin GLS-estimointia, sillä se ottaa huomioon virhetermien korrelaation informaation ja on siten parempi estimaattori.

Ensimmäinen malli on lyhyen aikavälin muunnos García ja muut (2013) esitetyn SUR-mallin rakenteesta, joka vastaa siten rakenteeltaan Jäntin ja Jenkinsin (2010) SUR-mallia sillä erotuksella, että käytettävä jakauma on Singh-Maddala-jakauman sijaan aiemmin sopivuuden tarkastelussa valittu Dagum-jakauma, ja selittävänä muuttujana työelämän ulkopuolisten osuuden sijaan työllisyysasteen

muutos. Toinen SUR-malli on muodostettu, jotta saadaan korjattua edellisessä mallissa havaittu yhtälön  $\Delta p$  virhetermin autokorreloituneisuus. Viimeiseksi tarkasteltavassa mallissa testataan lisäksi kuuluisiko talouden avoimuutta kuvaava Trade-muuttuja sisällyttää mallin selittäviin muuttujiin.

TAULUKKO 5 SUR-mallien estimoinnin tulokset ja testisuureet

	SUR #1			SUR #2			SUR #3		
	$\Delta a$	$\Delta p$	W	$\Delta a$	$\Delta p$	W	$\Delta a$	$\Delta p$	W
<b>Viive1 <math>\Delta a</math></b>				-0,118 (0,119)			-0,13 (0,118)		
<b>Viive1 <math>\Delta p</math></b>					-0,19 (0,124)			-0,203* (0,123)	
<b>Vakio</b>	0,049 (0,048)	-0,039 (0,052)	1,83 [0,401]	0,049 (0,045)	-0,047 (0,049)	1,21 [0,547]	0,05 (0,046)	-0,045 (0,051)	1,28 [-0,529]
<b><math>\Delta</math> (ln BKT)</b>	-4,024** (1,587)	1,382 (1,793)	30,77 [0,000]	-4,474*** (1,612)	2,065 (1,75)	22,81 [0,000]	-4,664** (2,097)	1,81 (2,268)	18,13 [0,000]
<b><math>\Delta</math> (inflaatioaste)</b>	-2,39 (3,191)	5,991* (3,605)	8,98 [0,011]	-2,43 (3,11)	6,125* (3,406)	10,01 [0,007]	-2,811 (4,7)	5,341 (5,139)	2,3 [0,316]
<b><math>\Delta</math> (reaalikorko)</b>	0,047 (0,032)	-0,034 (0,36)	3,97 [0,137]	0,04 (0,032)	-0,021 (0,035)	4,12 [0,127]	0,039 (0,032)	-0,02 (0,035)	4,28 [0,117]
<b><math>\Delta</math> (työllisyysaste)</b>	0,085*** (0,03)	-0,088** (0,034)	7,89 [0,019]	0,092*** (0,03)	-0,106*** (0,034)	9,64 [0,008]	0,096** (0,048)	-0,098* (0,053)	4,02 [0,134]
<b><math>\Delta</math> (trade)</b>							0,001 (0,013)	0,003 (0,014)	0,8 [0,669]
<b>N</b>	25	25		25	25		25	25	
<b>R<sup>2</sup></b>	39,47	32,91		42,01	39,06		0,4218	0,3937	

Tilastollinen merkitsevyys:  $p < 0,01$ :\*\*\*  $p < 0,05$ :\*\*  $p < 0,10$ :\*. Selittävien muuttujien estimaatteja vastaavat keskivirheet ovat esitettyinä estimaattien alla sulkeissa.

Testisuure-sarakkeella on esitetty  $\chi^2$  testisuure, jossa testataan muuttujan estimaattien olevan nolla molemmissa yhtälöissä.

Testisuureen alla hakasulkeissa on testisuureta vastaava p-arvo.

Ensimmäisen SUR-mallin estimoinnin tulokset ovat esitettyinä taulukon 5 ensimmäisellä tulossarakkeella. Liitteistä on löydettävissä mallin tulokset laajemmin sekä mallin aikasarjatestaamiseen liittyvän autokorrelaatiotestin tulokset (LIITE 13). Mallissa on otettu huomioon muuttujien epästationaarisuus, jonka vuoksi mallia on korjattu ottamalla muuttujista niiden differenssit eli muutokset. Mallin selityssasteet ovat melko korkeita. Mallin tulosten mukaan muotoparametrin  $a$  muutoksiin vaikuttavat tilastollisesti merkitsevästi BKT:n kasvu ja työllisyysasteen muutos. Muotoparametrin  $p$  muutoksen osalta tilastollisesti merkitseviä selittäjiä ovat inflaatioasteen ja työllisyysasteen muutokset. Tilastollista merkitsevyyttä yhtäaikaaisesti molemmissa SUR-mallin yhtälöissä mittaavan testisuureen  $W$  perusteella voimme päätellä BKT:n kasvun, inflaatioasteen muutoksen ja työllisyysasteen muutoksen olevan tilastollisesti merkitseviä molemmissa SUR-mallin yhtälöissä. Mallissa kumpikaan vakioista ei ole tilastollisesti merkitsevä,

joten voimme päätellä, ettei muotoparametreissa ole havaittavissa nousevaa tai laskevaa trendiä. Autokorrelaatiotestien mukaan on havaittavissa, että mallin virhetermi on autokorreloitunut muotoparametrin p muutosta selittävässä yhtälössä, jonka vuoksi tuloksiin kannattaa suhtautua varauksella (LIITE 13).

Bruttokansantuotteen logaritmin differenssi, eli mallin kasvumuuttuja on tilastollisesti merkitsevä testisuureen W perusteella, eli eroaa tilastollisesti merkitsevästi nolasta molemmissa yhtälöissä. Erikseen tarkasteltuna kasvu-muuttuja ei ole t-testin perusteella tilastollisesti merkitsevä parametrin p muutoksen selittäjänä. Kasvulla on parametriin a negatiivinen vaikutus ja parametriin p positiivinen vaikutus. Kasvulla on myös estimaattien absoluuttisen arvon perusteella suurempi vaikutus parametriin a kuin parametriin p. Parametrien yhtäaikaisen muutoksen nettovaikutus on hyvin erilainen tulokymmenyksittäin, kuten voimme todeta verratessa tuloksia kuvaajiin Dagum-parametrien ja tulo-osuuksien suhteesta (LIITE 1). Kasvun negatiivinen vaikutus parametriin a vaikuttaa tulo-osuutta laskevasti 1.-7. tulokymmenyksen osalta ja tulo-osuutta nostavasti 8-10. tulodesiilin osalta. BKT:n kasvun vaikutus parametrissa p kompensoi tulo-osuuden laskua 1.-5. desiilin osalta siten, että kompensoiva vaikutus on suurin alimmalla tulokymmenyksellä ja heikkenee lähes olemattomaksi viidennen tulodesiilin kohdalla. 6.-10. tulokymmenyksen osalta parametrin p kasvulla on tulo-osuutta laskeva vaikutus. Tällöin BKT:n kasvu vaikuttaa molempien parametrien osalta tulo-osuutta laskevasti 7. ja 8. tulodesiilin osalta. 8.-10. tulokymmenyksen tulo-osuuden osalta parametrin p nousu heikentää parametrin a tulo-osuutta kasvattavaa vaikutusta siten, että heikentävä vaikutus vaimenee siirryttäessä ylimmille tulokymmenyksille.

Inflaatioasteen muutos on testisuureen W perusteella tilastollisesti merkitsevä molempien yhtälöiden selittäjänä. Tarkasteltaessa yhtälöitä erikseen, voidaan kuitenkin päätellä inflaatioasteen muutoksen olevan tilastollisesti merkitsevä vain parametrin p muutoksen osalta. Inflaatioasteen kasvulla on negatiivinen vaikutus parametriin a ja positiivinen vaikutus parametriin p. Suhteellisesti inflaatioasteen muutoksen vaikutus parametriin p on n. kaksi kertaa voimakkaampi kuin parametriin a. Inflaatioasteen noususta hyötyvät parametrin p muutoksen kautta alimmat tulokymmenykset. Nettovaikutus laskee ja muuntuu negatiiviseksi siirryttäessä kohti keskiluokkaa. Rikkaimman tulokymmenyksen osalta inflaatioasteen vaikutus on lievästi tulo-osuutta lisäävä.

Työllisyysasteen muutos on tilastollisesti merkitsevä mallin yksi (1) tulosten mukaan niin yksittäin kuin mallissa yleisesti. Työllisyysasteen muutoksella on parametrin a muutosta lisäävä vaikutus ja parametrin p muutosta laskeva vaikutus. Vaikutukset ovat voimakkuudeltaan lähellä toisiaan. Työllisyysasteen muutoksella on vähäinen vaikutus alimman tulokymmenyksen tulo-osuuteen, sillä muutokset poissulkevat toisiaan. Tämä voi selittyä sillä, että alimmat tuloluokat ovat ylipäättään

työvoiman ulkopuolella, jolloin työllisyysasteen nousu ei kohdistu merkittävästi tähän tuloluokkaan. Työllisyysasteen kasvu lisää keskiluokan tulo-osuutta parametrien nettovaikutuksen myötä, sillä keskiluokan tulo-osuus kasvaa muotoparametrin  $a$  kasvaessa. Työllisyysasteen negatiivinen vaikutus muotoparametriin  $p$  laskee parametrien nettovaikutusta tulo-osuuteen 2.-5. tulodesiilin osalta, mutta nostaa tulo-osuutta 6. tulodesiilistä alkaen.

Mallin (1) estimoinnin tulokset eroavat verrattuna Jäntin ja Jenkinsin (2010) tuloksista, joissa inflaatiolla ja työttömyydellä ei havaittu tilastollisesti merkitsevää vaikutusta tuloeroihin. Kasvun vaikutusten osalta tulokset sen sijaan ovat yhteneväiset. Inflaatioasteen positiivinen vaikutus alimpien tuloluokkien osalta voi selittyä erilaisten inflaatioidonnaisten tulonsiirtojärjestelmien olemassaololla. Ylimmän tulokymmenyksen tulo-osuuden riippumattomuus inflaatiosta voi mahdollisesti johtua erilaisten inflaatiolta suojattujen instrumenttien hyödyntämisestä.

Taulukossa 5 seuraavalla tulossarakkeella on esitettynä toisen SUR-moniyhtälömallin estimoinnin tulokset, kunkin selittävän muuttujan tilastollista merkitsevyyttä molemmissa mallin yhtälöissä kuvaava testisuure  $W$ , sekä niitä vastaavat  $p$ -arvot. Toinen malli on kehitetty mallista (2) lisäten molempiin muotoparametrien muutoksia selittäviin yhtälöihin selittäväksi muuttujaksi kyseessä olevan muotoparametrin viivästetty muutos, jolla pyrimme korjaamaan yhtälön  $p$  virhetermin autokorreloituneisuuden. Autokorrelaatiotestin perusteella virhetermien voidaankin molempien yhtälöiden osalta päätellä olevan autokorreloimattomia (LIITE 14). Muunnoksen vuoksi SUR-malli menettää identtisten selittävien muuttujien erityispiirteen, mutta autokorrelaation korjaamisen myötä voimme olla luottavaisempia tulosten oikeellisuudesta. Toisen mallin selitysaste  $R^2$  kasvaa hieman verrattuna aiempaan malliin (1), mutta muutos on varsin pieni ja voi johtua yksinkertaisesti selittävien muuttujien määrän lisäämisestä.

Toisen mallin tulosten mukaan BKT:n luonnollisen logaritmin ja työllisyysasteen differenssit ovat tilastollisesti merkitseviä selittämään muotoparametrin  $a$  muutosta. Vastaavasti inflaatioasteen ja työllisyysasteen muutokset ovat tilastollisesti merkitseviä muotoparametrin  $p$  muutoksen selittäjinä. Malli (2) on siis identtinen muuttujien tilastollisen tarkastelun osalta aiemmin esitetyn mallin (1) kanssa. Toisen mallin selittävien muuttujien tilastollista merkitsevyyttä yhtäaikaaisesti molemmissa yhtälöissä testaava testisuure saa niin ikään identtisen tulkinnan, eli tilastollisesti merkitseviä molemmissa yhtälöissä ovat selittävät muuttujat kasvu, inflaatioasteen muutos ja työllisyysasteen muutos.

Tilastollisen merkitsevyyden tapaan myöskään mallin (2) estimaattien tulkinta ei juurikaan poikkea aiemmasta mallista. Kasvun vaikutus on edelleen parametrin  $a$  suhteen negatiivinen ja parametrin  $p$

suhteen positiivinen. Kasvun vaikutuksen suhteellinen voimakkuus parametrin  $\alpha$  hyväksi kuitenkin vaimenee hieman. Inflaatioasteen muutoksen vaikutus on toisaalta hyvin lähellä mallin (1) tuloksia niin estimaattien suunnalta, kuin suhteellisesta vaikutuksesta tulojakaumaa kuvaaviin parametreihin. Työllisyysasteen muutoksen vaikutukset ovat verrattuna malliin yksi (1) lähes identtiset estimaattien suunnan, suhteellisen vaikuttavuuden ja tulkinnan mukaan.

Malli (3) eroaa edeltävästä mallista siten, että siihen on lisätty talouden avoimuutta kuvaava Trade-muuttuja eli tuonnin ja viennin summan suhde bruttokansantuotteeseen. Mallin tulokset ovat esitettynä taulukon 5 viimeisellä sarakkeella. Kolmannen SUR-mallin ja autokorrelaatiotestien tulostaulukot ovat esitettynä laajemmin liitteissä (LIITE 15). Havaitsemme tuloksista, että mallin selitysaste kasvaa hieman suhteessa edeltävään malliin. Tämä on oletuksen mukaista, sillä lisättäessä malliin selittäviä muuttujia selitysaste yleensä kasvaa, eikä yksistään sen vuoksi voida tehdä päätelmiä mallin paremmuudesta.

Tarkasteltaessa selittävien muuttujien tilastollista merkitsevyyttä havaitaan, että työllisyysasteen ja bruttokansantuotteen kasvu ovat edelleen ainoat tilastollisesti merkitsevät muuttujat muotoparametrin  $\alpha$  kohdalla ja estimaatit ovat erittäin lähellä edeltävän mallin estimaatteja. On kuitenkin hyvä havaita, että t-testien mukaiset p-arvot ovat suurempia kuin edeltävässä mallissa. Muotoparametrin  $\alpha$  kohdalla tilanne on muuttunut hieman, sillä inflaatioasteen muutos ei mallin (3) tulosten mukaan ole tilastollisesti merkittävä. Työllisyysaste on edelleen tilastollisesti merkittävä ja vaikuttaa negatiivisesti muotoparametriin  $\alpha$ , vaikkakin sen tilastollista merkitsevyyttä kuvaava p-arvo on kasvanut. Viivästetty muotoparametrin  $\alpha$  differenssi on myös tilastollisesti merkitsevä p-arvolla 0.100. Talouden avoimuutta kuvaava Trade-muuttuja ei ole tilastollisesti merkittävä kummankaan muotoparametrin muutoksen selittäjänä. Selittävän muuttujan tilastollista merkitsevyyttä mallin molemmissa yhtälöissä kuvaava testisuure ja sitä vastaava p-arvo kuitenkin eroavat edeltävistä malleista. Testisuureille W laskettavien p-arvojen mukaan vain BKT:n luonnollisen logaritmin differenssi eli kasvu -muuttuja on tilastollisesti merkitsevä molemmissa yhtälöissä. Tämä tulos on yhteneväinen Jäntin ja Jenkinsin (2010) tulosten kanssa.

Esitettyjen kolmen mallin tulokset eroavat toisistaan hieman, mutta ovat pääosin hyvin yhteneväisiä. Ensimmäisen ja toisen mallin tulokset ovat lähes identtiset, vaikka toisessa mallissa on lisätty selitettävän viivästetty termi poistamaan aiemman mallin virhetermin autokorrelaatio-ongelma. Erityisesti selittävien muuttujien suhteelliset vaikutukset parametrien suhteen ovat hyvin yhteneväiset molempien mallien välillä. Kolmannen mallin tulokset poikkeavat aiemmista malleista, sillä talouden avoimuus muuttujan lisääminen malliin muuttaa varsinkin selitettävien muuttujien testisuureita yhtäaikaista tilastollisesta merkitsevyydestä molemmissa yhtälöissä. Kolmannessa mallissa lisätyn

Trade-muuttujan myötä hyvin maltillisesti kasvanut selitysaste  $R^2$  ja Trade-muuttujan t-testit puoltavat ajatusta, että Trade-muuttuja ei välttämättä kuulu mallin selittävien muuttujien joukkoon.

Voimme tarkastella mallin estimaattien taloudellista merkitystä laskennallisesti selittävän muuttujan keskihajonnan ja estimaatin tulona, jolloin saamme esitettyä kuinka suuren muutoksen tarkasteltava selittävä muuttuja aiheuttaa selitettävässä muuttujassa sekä absoluuttisesti että suhteellisesti verrattuna selitettävän muuttujan keskihajontaan. Ajatuksena on, että keskihajonta kuvaa selitettävän muuttujan vuosittaista vaihtelua. Tällöin voimme tarkastella, kuinka muuttujan vaihtelu vaikuttaa lyhyen aikavälin mallin selitettävään muuttujaan. Tulokset keskihajonnan suuruisten vaihteluiden vaikutuksista muotoparametreihin on esitetty liitteissä toisen ja kolmannen SUR-mallin estimaattien osalta (LIITE 16). Jatkossa käsiteltävät vaikutukset ovat laskettu toisen SUR-mallin tulosten pohjalta.

Kasvumuuttujan eli BKT:n luonnollisen logaritmin differenssin keskihajonta on 0,035, jolloin yhden keskihajonnan suuruinen kasvu laskee selitettävää muuttujaa Dagum muotoparametrin  $\alpha$  muutosta 0,16 yksiköllä. Vastaavasti voimme laskea muotoparametrin  $\alpha$  muutokseen tilastollisesti merkitsevän selittävän muuttujan työllisyyden vaikutuksen, jolloin voimme päätellä yhden keskihajonnan kasvun työllisyysasteessa kasvattavan muotoparametrin  $\alpha$  muutosta 0,16 yksiköllä. Yhtäläinen työllisyysasteen yhden keskihajonnan positiivinen muutos laskee muotoparametrin  $\rho$  muutosta 0,18 yksiköllä. Inflaatioasteen yhden keskihajonnan nousu vaikuttaa muotoparametriin  $\rho$  muutosta kasvattavasti 0,08 yksiköllä. Kasvulla ja työllisyysasteella on siis absoluuttisesti yhtä suuret mutta suunnaltaan päinvastaiset vaikutukset muotoparametriin  $\alpha$ . Muotoparametrin  $\rho$  osalta työllisyysasteen negatiivinen vaikutus on absoluuttisesti noin kaksi kertaa inflaatiota suurempi. (LIITE 16)

TAULUKKO 6 Selittävien muuttujien yhden keskihajonnan muutosten vaikutukset tulokymmenysten tulo-osuuksiin

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Keskiarvo	4,52 %	6,00 %	6,89 %	7,68 %	8,47 %	9,33 %	10,34 %	11,68 %	13,80 %	21,28 %
$\Delta(\ln \text{BKT})$	4,42 %	5,88 %	6,78 %	7,58 %	8,38 %	9,25 %	10,29 %	11,67 %	13,89 %	21,87 %
$\Delta \ln f$	4,56 %	6,01 %	6,89 %	7,67 %	8,46 %	9,31 %	10,32 %	11,65 %	13,78 %	21,34 %
$\Delta \text{empl}$	4,49 %	6,03 %	6,96 %	7,76 %	8,55 %	9,41 %	10,41 %	11,72 %	13,78 %	20,89 %
	$\Delta(I)$	$\Delta(II)$	$\Delta(III)$	$\Delta(IV)$	$\Delta(V)$	$\Delta(VI)$	$\Delta(VII)$	$\Delta(VIII)$	$\Delta(IX)$	$\Delta(X)$
$\Delta(\ln \text{BKT})$	-0,10 %	-0,12 %	-0,12 %	-0,11 %	-0,10 %	-0,08 %	-0,05 %	0,00 %	0,09 %	0,58 %
$\Delta \ln f$	0,04 %	0,01 %	0,00 %	-0,01 %	-0,02 %	-0,02 %	-0,02 %	-0,02 %	-0,01 %	0,06 %
$\Delta \text{empl}$	-0,03 %	0,03 %	0,06 %	0,08 %	0,08 %	0,08 %	0,07 %	0,05 %	-0,02 %	-0,40 %
	$\Delta(I)/I$	$\Delta(II)/II$	$\Delta(III)/III$	$\Delta(IV)/IV$	$\Delta(V)/V$	$\Delta(VI)/VI$	$\Delta(VII)/VII$	$\Delta(VIII)/VIII$	$\Delta(IX)/IX$	$\Delta(X)/X$
$\Delta(\ln \text{BKT})$	-2,3 %	-2,0 %	-1,7 %	-1,4 %	-1,1 %	-0,8 %	-0,5 %	0,0 %	0,6 %	2,7 %
$\Delta \ln f$	0,9 %	0,2 %	0,0 %	-0,1 %	-0,2 %	-0,2 %	-0,2 %	-0,2 %	-0,1 %	0,3 %
$\Delta \text{empl}$	-0,7 %	0,6 %	0,9 %	1,0 %	1,0 %	0,9 %	0,7 %	0,4 %	-0,1 %	-1,9 %

Taulukossa 6 on esitettyä Dagum-jakauman muotoparametrien  $a$  ja  $p$  keskiarvoilla estimoidut tulo-osuudet, sekä testisuureen  $W$  mukaan molemmissa yhtälöissä tilastollisesti merkitsevien selittävien muuttujien yhden keskihajonnan positiivisen muutoksen mukaisen parametrikombinaation laskennalliset vaikutukset kunkin tulokymmenyksen tulo-osuuteen. Selittävien muuttujien vaikutusten estimaatteina on käytetty toisen SUR-mallin GLS-estimaatteja (LIITE 16). Vertailussa on käytetty alkutilanteena Dagum-jakauman muotoparametrien keskiarvojen mukaan määritettyjä tulokymmenysten tulo-osuuksia. Taulukon ensimmäisessä osassa on esitettyä muutosten jälkeiset tulo-osuudet, toisessa absoluuttinen muutos prosenttiyksikköinä verrattuna keskiarvoon ja kolmannessa on esitetty tulo-osuuden suhteellinen muutos prosentteina.

Yhden keskihajonnan positiivisen bruttokansantuotteen luonnollisen logaritmin muutos eli bruttokansantuotteen kasvu noin 2 prosentilla aiheuttaa noin 0,1 prosenttiyksikön tulo-osuuden laskun 1.-6. tulokymmenykselle. Seitsemännen tulokymmenyksen tulo-osuus laskee noin 0,05 prosenttiyksikköä. Tulo-osuus kasvaa kasvun seurauksena kahden ylimmän tulokymmenyksen osalta. Kasvulla on siis tuloeroja kasvattavia vaikutuksia. Erityisen mielenkiintoista on, kuinka suuri positiivinen vaikutus kasvulla on aivan suurituloisimman tulokymmenyksen tulo-osuuteen, sillä ylimmän tulokymmenyksen tulo-osuus kasvaa 0,58 prosenttiyksikköä, joka vastaa noin 2,7 % tulo-osuuden lisäystä suhteessa vertailupisteeseen.

Inflaatioasteen positiivinen yhden keskihajonnan eli 1,3 prosenttiyksikön suuruinen muutos vaikuttaisi lievästi tulo-osuutta laskevasti 4.-9. tulodesiilien kohdalla, mutta nostaisi tulo-osuuksia aivan köyhimmillä ja toisaalta kaikkein suurituloisimman tulokymmenyksen osalta. Inflaation vaikutus on suhteellisesti huomattavasti pienempi kuin kasvun. Inflaatioasteen muutoksen keskiluokan tulo-osuutta laskeva vaikutus on suuruudeltaan noin 0,01-0,02 prosenttiyksikköä. Suurituloisimman tulokymmenyksen tulo-osuus kasvaisi 0,06 prosenttiyksikköä ja alimman tulokymmenyksen tulo-osuus kasvaisi noin 0,04 prosenttiyksikköä.

Työllisyysasteen yhden keskihajonnan eli 1,7 prosenttiyksikön kasvu vaikuttaisi tulo-osuutta lisäävästi 2.-8. tulokymmenykselle. Työllisyysasteen kasvu vaikuttaisi esimerkkitapauksessa noin 1 % tulo-osuuden kasvua muutoksesta eniten hyötyville tulokymmenyksille. Työllisyysasteen kasvu laskee ylimmän tuloluokan tulo-osuutta 0,4 prosenttiyksiköllä eli noin kahdella prosentilla. Alimman tulokymmenyksen osalta työllisyysasteen vaikutus on lievästi negatiivinen eli laskee tulo-osuutta 0,03 prosenttiyksikköä, joka kuitenkin vastaa 0,7 prosentin laskua.



## 7. Päätelmät

Tutkielmassa on tarkasteltu ekonometrisesti parametrinen jakaumamallin avulla makromuuttujien vaikutuksia tulojakauman muotoon Suomessa vuosina 1987–2013. Tutkielmassa on erityisesti kiinnitetty huomiota ekonometrisiin menettelytapoihin käytettävän jakauman valinnassa ja aikasarjamallin testauksessa. Tutkielmassa on esitetty kolmen vaihtoehtoisen mallin estimoinnin tulokset, joiden kautta voidaan tarkastella tulosten vakautta.

Parametrinen jakaumamallin käyttö tulojakauman mallintamisessa on oiva ekonometrinen keino helpottamaan aineiston käsittelyä. Jakauman sovituksessa tulee olla huolellinen, sillä parametreista tehtävät päätelmät voivat olla vain niin hyviä kuin parametrien estimaatit ovat. Parametrinen jakauman käyttö vaatii myös huomattavaa tutustumista käytettävään jakaumaan ja parametrien tulkintaan. Parametrien avulla estimoidut tuloeromuuttujat korreloivat vahvasti tilastoaineistosta kerättyjen tuloeromuuttujien kanssa, vaikka parametrit on estimoitu tulokymmenysaineistosta. Tämä voi mahdollistaa erilaisten tuloerojen ennustemallien kehittämistä, kun vaikutukset parametreihin ovat selkeät.

Tutkielmassa löydetään viitteitä siitä, että erilaiset makromuuttujat ovat tilastollisesti merkitseviä vaikuttamaan tulojakauman eri osissa. Kasvun vaikutus on tilastollisesti merkityksellinen kaikkien mallien kohdalla. Kasvu vaikuttaa lisäävän suurimpien tuloluokkien tulo-osuuksia, mutta vähentäen tuloja keskiluokalta. Inflaatioasteen muutoksen tilastollisen merkitsevyyden osalta tulokset ovat ristiriitaisia. Inflaatioasteen positiivinen muutos lisää tuloja alimpien tuloluokkien osalta ensimmäisen ja toisen mallin tulosten mukaan, jolloin tuloeronäkökulmasta inflaatio ei vaikuttaisi olevan julmin vero. Inflaatioasteen negatiivinen vaikutus juuri keskiluokan tulo-osuuksiin ei kuitenkaan välttämättä ole toivottavaa. Reaalikoron muutoksella puolestaan tutkimuksessa ei löydetä olevan tilastollisesti merkittävää vaikutusta minkään estimoitavan mallin tulosten perusteella. Työllisyysasteen muutoksen nousu laskee aivan alimman ja kahden ylimmän tulokymmenyksen tulo-osuutta, mutta on vaikutukseltaan positiivinen tai neutraali muiden tulokymmenysten osalta.

Tutkielma lisää omalta osaltaan tietoa tuloeroista ja niiden kehityksestä Suomessa alati kehittyvässä taloustieteen tuloeroja käsittelevässä kirjallisuudessa. Valitettavasti saatavilla oleva aineisto on edelleen rajoittava tekijä alan kehityksessä, jonka vuoksi tässäkin tutkielmassa on jouduttu turvautumaan mikroaineiston sijaan tulo-osuuksien tulokymmenysaineistoon. Tulevaisuudessa mikroaineiston ja pidempien aikasarjojen saatavuus toivottavasti paranee, jolloin tutkimusala pystyy kehittymään edelleen. Hyvä esimerkki tuloeroja käsittelevän aineiston saatavuuden parantumisesta on WID-aineiston (World Wealth and Income Database) avautuminen. Tulevaisuudessa aineiston

saatavuuden toivoisi lisääntyvän myös kulutuksen osalta, sillä se avaisi erilaisia mahdollisuuksia hyvinvoinnin tarkasteluun. Veroja ja tulonsiirtoja edeltävä tuloaineisto puolestaan edistäisi tulonsiirtojen nettovaikutusten tutkimusta.

## Lähteet

- Atkinson, A. B. (1970). On the measurement of inequality. *Journal of economic theory*, 2(3), 244-263.
- Blank, R. M., & Blinder, A. S. (1985). Macroeconomics, income distribution, and poverty (No. w1567). National Bureau of Economic Research.
- Dagum, C. (1977). NEW MODEL OF PERSONAL INCOME-DISTRIBUTION-SPECIFICATION AND ESTIMATION. *Economie appliquée*, 30(3), 413-437.
- Engle, R. F., & Granger, C. W. (1987). Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 251-276.
- Epps, T. W., & Singleton, K. J. (1986). An omnibus test for the two-sample problem using the empirical characteristic function. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 26(3-4), 177-203.
- García, C. & Prieto, M. (2011). Using the Dagum model to explain changes in personal income distribution. *Applied Economics*, 43(28), 4377-4386.
- García, C., Prieto-Alaiz, M., & Simón, H. (2013). The influence of macroeconomic factors on personal income distribution in developing countries: a parametric modelling approach. *Applied Economics*, 45(30), 4323-4334.
- Goerg, S. J. & Kaiser, J. (2009). Nonparametric testing of distributions--The Epps-Singleton two-sample test using the empirical characteristic function. *Stata Journal*, 9(3), 454.
- Greene, W. H. (2012). *Econometric analysis Seventh Edition*. Pearson Education India.
- Jenkins, S. P. (1999). sg106 fitting Singh-Maddala and Dagum distributions by maximum likelihood (smfit, dagumfit). *Stata Tech. Bull. STB-48*, 19-25.
- Jenkins, S. P., & Jäntti, M. (2005). Methods for summarizing and comparing wealth distributions (No. 2005-05). Institute for Social and Economic Research.
- Jäntti, M., & Jenkins, S. P. (2010). The impact of macroeconomic conditions on income inequality. *The journal of economic inequality*, 8(2), 221-240.

- Kangasharju, A. (2004). Alueellinen keskittyminen historiaa ja tulevaisuutta - myös Suomessa. Kuntapuntari 3/2004. Tilastokeskus. Saatavilla sähköisesti:  
[http://www.stat.fi/tup/kuntapuntari/kuntap\\_3\\_2004\\_alue.html](http://www.stat.fi/tup/kuntapuntari/kuntap_3_2004_alue.html)
- Kleiber, C., & Kotz, S. (2003). Statistical size distributions in economics and actuarial sciences (Vol. 470). John Wiley & Sons.
- Kleiber, C. (2008). A guide to the Dagum distributions (pp. 97-117). Springer New York.
- Kuznets, S. (1955). Economic growth and income inequality. *The American economic review*, 1-28.
- MacKinnon, J. G. (2010). Critical values for cointegration tests (No. 1227). Queen's Economics Department Working Paper.
- McDonald, J. B. (1984). Some generalized functions for the size distribution of income. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 647-663.
- McDonald, J. B., & Xu, Y. J. (1995). A generalization of the beta distribution with applications. *Journal of Econometrics*, 66(1), 133-152.
- Nichols, A. (2010a). DAGFIT: Stata module to fit a Generalized Beta (Type 2) distribution to grouped data via ML. Saatavissa sähköisesti: <https://ideas.repec.org/c/boc/bocode/s457133.html>
- Nichols, A. (2010b). SMGFIT: Stata module to fit a Singh-Maddala distribution to grouped data via ML. Saatavissa sähköisesti: <https://ideas.repec.org/c/boc/bocode/s457131.html>
- Oesch, D. (2010). What explains high unemployment among low-skilled workers? Evidence from 21 OECD countries. *European Journal of Industrial Relations*, 16(1), 39-55.
- Piketty, T. (1997). The Dynamics of the Wealth Distribution and the Interest Rate with Credit Rationing. *The Review of Economic Studies*, 64(2), 173–189. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/2971708>
- Powers, E. T. (1995). Inflation, unemployment, and poverty revisited. *Economic Review-Federal Reserve Bank of Cleveland*, 31, 2-13.
- Riihelä, M., Sullström, R., & Tuomala, M. (2010). Trends in top income shares in Finland 1966-2007 (No. 157).

Roine, J., Vlachos, J., & Waldenström, D. (2009). The long-run determinants of inequality: What can we learn from top income data?. *Journal of Public Economics*, 93(7), 974-988.

Romer, C. D., & Romer, D. H. (1998). *Monetary policy and the well-being of the poor* (No. w6793). National Bureau of Economic Research, 1-64.

StataCorp. (2013). Test linear hypotheses after estimation. College Station, TX: StataCorp LP. Saatavilla sähköisesti: <http://www.stata.com/manuals13/rtest.pdf>

Stata Press (2015). Augmented Dickey-Fuller unit-root test. Time-Series Reference Manual Release 14, 155-160. Saatavilla sähköisesti: <http://www.stata.com/manuals14/ts.pdf>.

Stiglitz, J. (2009) The great GDP swindle. *The Guardian* 13.9.2009. Saatavilla sähköisesti: <http://www.theguardian.com/commentisfree/2009/sep/13/economics-economic-growth-and-recession-global-economy>. Tarkastettu 25.1.2016.

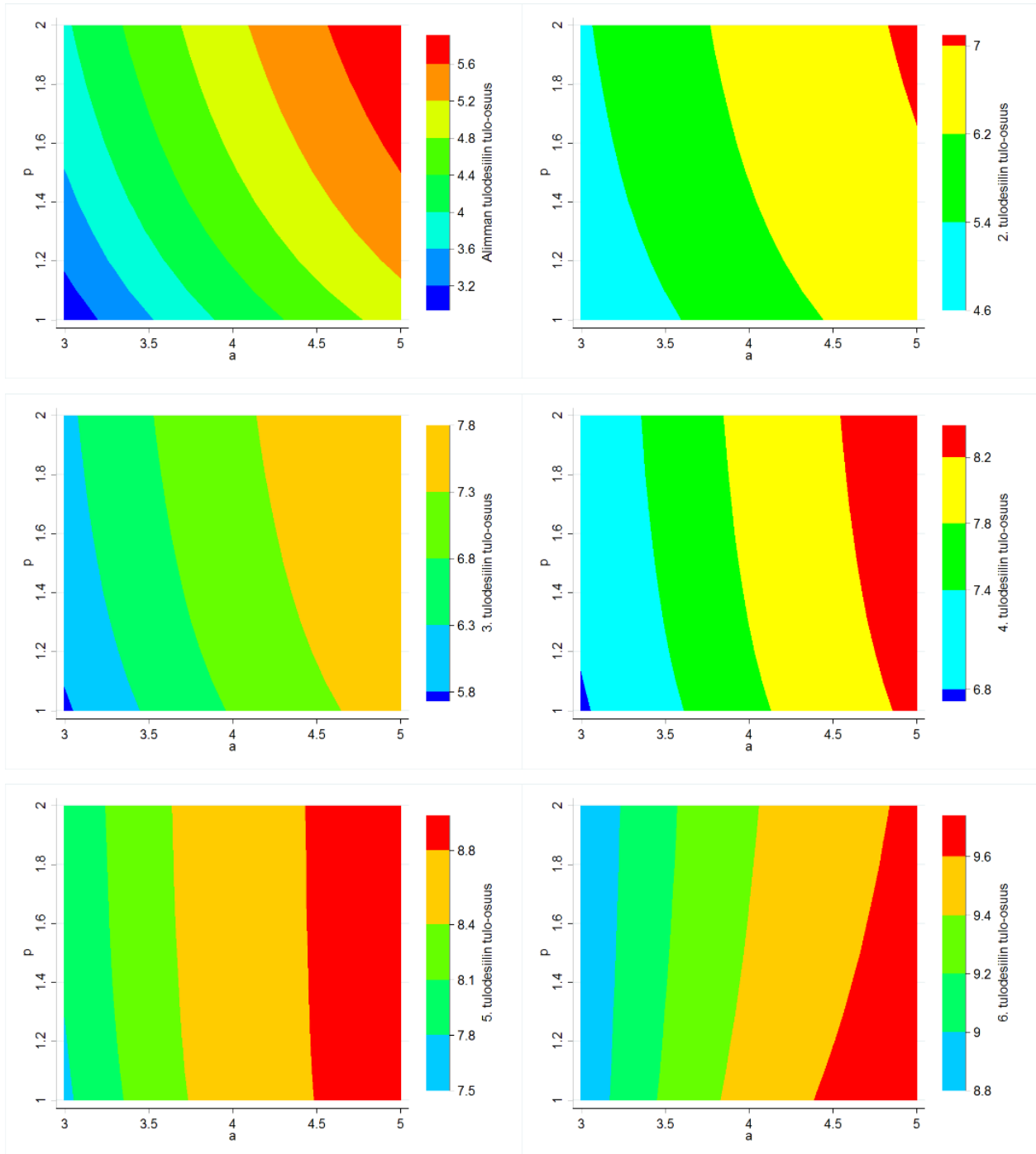
Thurow, L. C. (1970). Analyzing the American income distribution. *The American Economic Review*, 261-269.

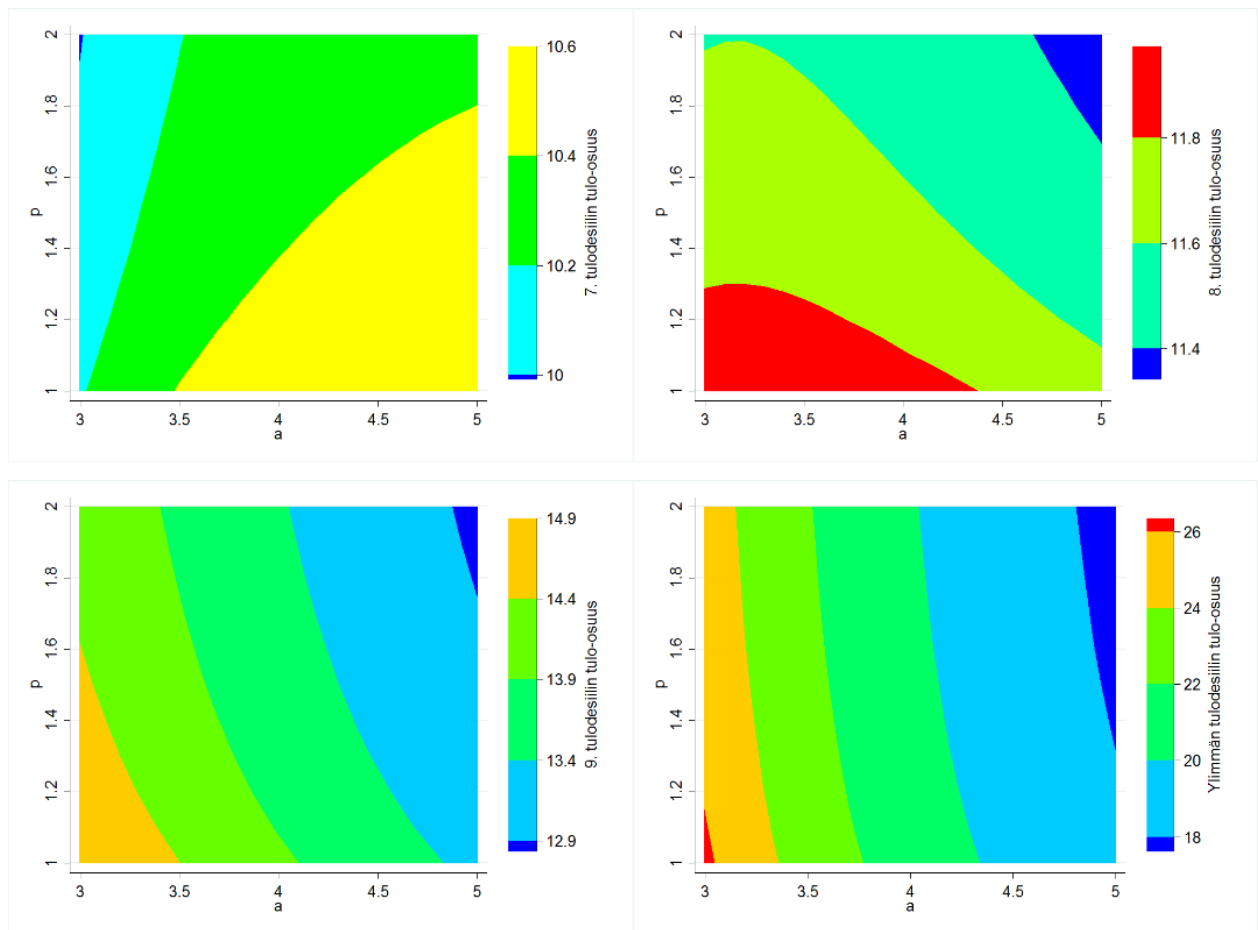
Tilastokeskus (2016). Bruttokansantuote. Käsitteet ja määritelmät. Saatavilla sähköisesti: <http://www.stat.fi/meta/kas/bktmarkkina.html>. Tarkastettu 25.1.2016.

Tuominen, E. (2015). *Essays on Income Distribution and Economic Growth*. Acta Universitatis Tamperensis : 2119. Tampere University Press. Saatavilla sähköisesti: <http://tampub.uta.fi/handle/10024/98246>.

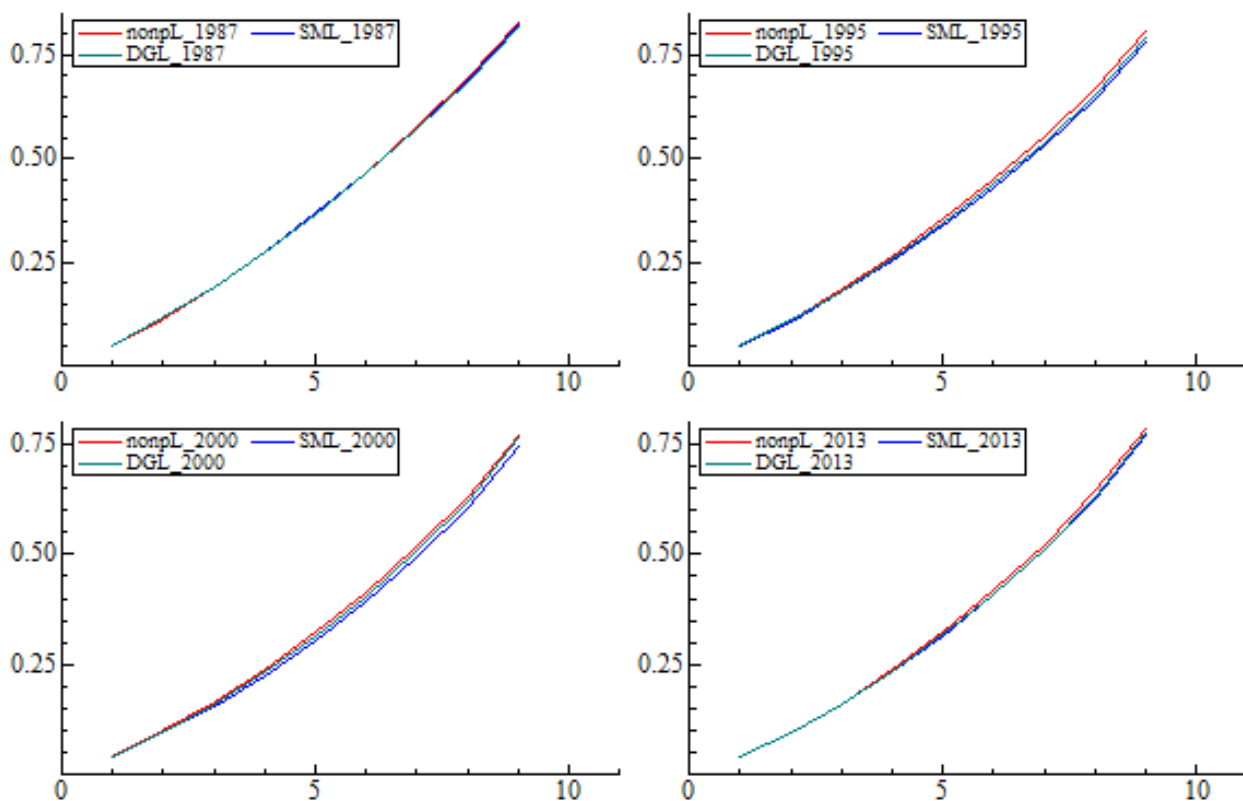
# Liitteet

LIITE 1. Tulo-osuudet tulokymmenyksittäin Dagum-parametrien funktiona





LIITE 2. Tilastoitu Lorenz-käyrä nonpL ja, Singh-Maddala- ja Dagum-, parametrien mukaan estimoidut Lorenz-käyrät SML ja DGL vuosille 1987, 1995, 2000 ja 2013.





LIITE 3. Goodness of fit-tulokset käyttäen apuna Lorenz-käyrän pisteiden estimointia. Selitettävänä muuttujana on tilastoitu Lorenz-pisteen arvo ja selittäjinä vakiotermi  $\alpha_1$  sekä estimoitu Lorenz-pisteen arvo. Lisäksi taulukossa esitetään Epps-Singleton testisuureet estimoitujen ja tilastoitujen Lorenz –otoksille, sekä Singh-Maddala- ja Dagum-parametreilla estimoitujen Lorenz-pisteiden otoksille. Kriittiset arvot ES-testille ovat: 13,277(1%), 9,488 (5%) ja 7,779 (10%).

Vuosi	Dagum			Singh-Maddala			Singh-Maddala vs. Dagum
	$\alpha_1$	$\beta_1$	ES(w2)	$\alpha_1$	$\beta_1$	ES (w2)	ES (w2)
1987	-0,0053206 (0,0008594)	1,016101 (0,0018494)	0,001804012	-0,0051537 (0,0008603)	1,013032 (0,0018463)	0,001526009	0,0000771733
1988	-0,0042716 (0,0007155)	1,012832 (0,0015527)	0,00137646	-0,0040726 (0,0007257)	1,011973 (0,0015739)	0,001195995	0,0000108072
1989	-0,0037848 (0,0008135)	1,013525 (0,0017727)	0,001190995	-0,0036048 (0,0008224)	1,012585 (0,001791)	0,001036796	0,00000986582
1990	-0,0035168 (0,0006999)	1,016885 (0,0015316)	0,00252355	-0,0032484 (0,0007323)	1,018932 (0,0016065)	0,003260685	0,000127119
1991	-0,0039824 (0,0006709)	1,016701 (0,0014637)	0,002541533	-0,0036987 (0,0006775)	1,019639 (0,0014832)	0,003177356	0,000205807
1992	-0,002754 (0,0006776)	1,014839 (0,0014749)	0,001695218	-0,0024369 (0,0007069)	1,019433 (0,0015466)	0,002720932	0,000406978
1993	-0,0010132 (0,0014327)	1,023376 (0,0032059)	0,004992251	-0,0003226 (0,0014857)	1,037053 (0,0033732)	0,013659142	0,003062463
1994	0,0005025 (0,0017302)	1,026635 (0,0038918)	0,006794237	0,0009414 (0,0018827)	1,043995 (0,0043099)	0,020314995	0,00411805
1995	0,0003592 (0,0014459)	1,022627 (0,0032628)	0,004796446	0,0008474 (0,0015902)	1,038735 (0,0036484)	0,015723187	0,00363656
1996	0,0011137 (0,0014338)	1,02014 (0,0032487)	0,003620762	0,0015676 (0,001479)	1,031517 (0,0033913)	0,01005631	0,001961191
1997	0,0010222 (0,0016344)	1,024093 (0,0037862)	0,005163503	0,0016705 (0,001651)	1,037658 (0,0038801)	0,014746306	0,003004749
1998	0,0012766 (0,0015307)	1,013495 (0,0035565)	0,002515663	0,0017499 (0,0015521)	1,023784 (0,0036463)	0,007932238	0,001745915
1999	0,0028223 (0,0021269)	1,005554 (0,0050023)	0,001743752	0,0033304 (0,0022973)	1,023801 (0,0055064)	0,01047814	0,004569467
2000	0,0038535 (0,0023648)	1,009962 (0,0056545)	0,002881557	0,0043984 (0,0026263)	1,034423 (0,0064389)	0,0182049	0,007694556

2001	0,0012235 (0,001624)	1,009672 (0,0038045)	0,001471639	0,001594 (0,001752)	1,023291 (0,0041628)	0,00700026	0,002524871
2002	0,000091 (0,0014373)	1,0062 (0,0033488)	0,001446876	0,0003683 (0,0015973)	1,019445 (0,0037724)	0,006340014	0,002267729
2003	0,001477 (0,0018339)	1,012811 (0,0043217)	0,002342007	0,0018405 (0,0020301)	1,030529 (0,0048711)	0,011412524	0,003989573
2004	0,0022578 (0,001689)	1,007112 (0,003998)	0,001287606	0,0025952 (0,00188)	1,023475 (0,0045257)	0,007986566	0,0033825
2005	0,0022433 (0,0020656)	1,007506 (0,004894)	0,001517784	0,0025138 (0,0023353)	1,026462 (0,0056401)	0,009562179	0,004258452
2006	0,0016729 (0,0018961)	1,009938 (0,0045462)	0,003045499	0,0020352 (0,0021942)	1,031943 (0,0053794)	0,016712764	0,005840973
2007	0,0026667 (0,002361)	1,011428 (0,0057249)	0,003121618	0,0030874 (0,0027214)	1,038964 (0,0067842)	0,020492548	0,008911916
2008	0,0001982 (0,0016773)	1,008926 (0,0039544)	0,001280568	0,0003964 (0,0019736)	1,027104 (0,0047388)	0,00573179	0,003770818
2009	-0,0015431 (0,0013219)	1,008904 (0,00308)	0,00140729	-0,0013941 (0,0014822)	1,020055 (0,0034927)	0,003582959	0,001479085
2010	-0,0008926 (0,0011028)	1,014137 (0,002598)	0,001179072	-0,0007064 (0,0012044)	1,023136 (0,0028635)	0,003590536	0,001030815
2011	-0,0004188 (0,0012764)	1,012812 (0,0030093)	0,0017078	-0,0002019 (0,0014305)	1,024631 (0,0034136)	0,006343127	0,001725187
2012	0,000277 (0,0013604)	1,024279 (0,0032104)	0,00489245	0,0005468 (0,0015182)	1,038313 (0,0036338)	0,013706865	0,002432218
2013	-0,0005664 (0,0011221)	1,016693 (0,0026436)	0,002099821	-0,0003561 (0,0011762)	1,023973 (0,0027922)	0,00495083	0,000746275

LIITE 4. Goodness of fit-tulokset käyttäen apuna Lorenz-käyrän pisteiden estimointia. Selitettävänä muuttujana on tilastoitu Lorenz-pisteen arvo ja selittäjinä estimoitu Lorenz-pisteen arvo.

Vuosi	Dagum			Singh-Maddala		
	$\alpha_1$	$\beta_{1i}$	t-test ( $\beta_1=1$ )	$\alpha_1$	$\beta_1$	t-test ( $\beta_1=1$ )
1987	-	1,006 (0,002)	2,733	-	1,004 (0,002)	1,613
1988	-	1,005 (0,002)	2,609	-	1,005 (0,002)	2,443
1989	-	1,007 (0,002)	3,651	-	1,006 (0,002)	3,429
1990	-	1,010 (0,002)	6,312	-	1,013 (0,002)	8,225
1991	-	1,009 (0,002)	5,214	-	1,013 (0,002)	7,535
1992	-	1,010 (0,001)	7,260	-	1,015 (0,001)	11,802
1993	-	1,021 (0,002)	12,937	-	1,036 (0,002)	21,508
1994	-	1,028 (0,002)	14,052	-	1,046 (0,002)	20,811
1995	-	1,023 (0,002)	14,143	-	1,040 (0,002)	21,551
1996	-	1,022 (0,002)	13,003	-	1,035 (0,002)	18,679
1997	-	1,026 (0,002)	13,158	-	1,041 (0,002)	19,326
1998	-	1,016 (0,002)	8,362	-	1,027 (0,002)	13,393
1999	-	1,011 (0,003)	3,858	-	1,030 (0,003)	9,428
2000	-	1,018 (0,003)	5,135	-	1,043 (0,004)	11,000

2001	-	1,012 (0,002)	5,922	-	1,026 (0,002)	11,658
2002	-	1,006 (0,002)	3,700	-	1,020 (0,002)	10,349
2003	-	1,016 (0,002)	6,743	-	1,034 (0,003)	12,870
2004	-	1,012 (0,002)	4,984	-	1,029 (0,003)	10,840
2005	-	1,012 (0,003)	4,351	-	1,032 (0,003)	9,980
2006	-	1,013 (0,002)	5,325	-	1,036 (0,003)	12,164
2007	-	1,017 (0,003)	5,168	-	1,045 (0,004)	11,758
2008	-	1,009 (0,002)	4,544	-	1,028 (0,002)	11,330
2009	-	1,006 (0,002)	3,398	-	1,017 (0,002)	9,046
2010	-	1,012 (0,001)	8,783	-	1,022 (0,002)	14,274
2011	-	1,012 (0,002)	7,625	-	1,024 (0,002)	13,663
2012	-	1,025 (0,002)	14,892	-	1,039 (0,002)	20,744
2013	-	1,016 (0,001)	11,156	-	1,023 (0,001)	15,947

LIITE 5. Tilastoitu Gini-kerroin(Tilastokeskus) ja Singh-Maddala- ja Dagum-jakauman parametrien mukaan estimoidut Gini-kertoimet vuosittain

Vuosi	Gini_usable_inc	Singh-Maddala Gini	Dagum Gini
1987	19,60	19,41	19,61
1988	20,10	20,26	20,28
1989	20,50	20,63	20,66
1990	20,20	21,13	20,93
1991	20,10	20,91	20,63
1992	19,80	20,79	20,39
1993	21,00	23,60	22,51
1994	21,00	24,25	22,96
1995	21,60	24,48	23,27
1996	22,30	24,57	23,69
1997	23,70	26,46	25,42
1998	24,70	26,57	25,77
1999	25,90	28,01	26,69
2000	26,70	29,66	27,95
2001	25,80	27,46	26,47
2002	25,60	27,02	26,07
2003	25,90	28,16	26,91
2004	26,60	28,47	27,31
2005	26,70	28,70	27,39
2006	27,20	29,78	28,27
2007	28,00	30,95	29,11
2008	26,70	28,29	27,04
2009	25,90	26,95	26,16
2010	26,50	27,69	27,05
2011	26,50	27,91	27,07
2012	25,70	28,07	27,09
2013	26,30	27,58	27,05

DF-testisuure				
		Tasomuuttuja	1.diff	2.diff
Singh-Maddala				
a	2T.	-4,03*** (0,008)		
q	1T.	-2,143 (0,522)	0.	-4,664*** (0,000)
ln a	2T.	-3,774** (0,018)		
ln q	0T.	-2,095 (0,549)		-4,599*** (0,000)
Dagum				
a	1T.	-1,414 (0,857)	0.	-5,054*** (0,000)
p	1T.	-2,252 (0,461)	0.	-5,372*** (0,000)
ln a	1T.	-1,388 (0,864)	0.	-5,029*** (0,000)
ln p	1T.	-2,21 (0,484)	0.	-5,184*** (0,000)
Makro				
bkt	2T.	-1,406 (0,859)	1.	-3,561*** (0,007)
inflaatioaste	1.	-2,358 (0,154)	0.	-5,116*** (0,000)
tod.vuosikorko	2T.	-2,397 (0,381)	1.	-4,32*** (0,000)
työllisyysaste	2T.	-1,95 (0,629)	2.	-2,868** (0,049)
avoimuus	1T.	-2,233 (0,471)	0.	-5,545*** (0,000)

DF-testisuuretta vastaava p-arvo on esitetty testisuureen alla sulkeissa  H0: Sarjassa on yksikköjuuri ja se on epästationaarinen. H1: Sarja on stationaarinen. *** (p<0,01), ** (p<0,05)	In bkt	2T.	-1,489 (0,833)	1.	-3,306** (0,015)	
	In EKI	2T.	-4,433*** (0,002)			
	In interest	3T.	-2,421 (0,368)	4.	-1,517 (0,525)	4. -2,869** (0,049)
	In employment	2T.	-1,977 (0,614)	2.	-2,862** (0,05)	3. -3,339** (0,013)
	In avoimuus	1T.	-2,057 (0,57)	0.	-5,077*** (0,000)	

DF-testi yhtälön tunnus testisuureen vasemmalla puolella

$$\Delta y_t = \begin{cases} \alpha + \beta y_{t-1} + \delta t + \sum_{k=1}^{L_{AIC}} \zeta_k \Delta y_{t-k} + \varepsilon_t, & \text{jos } L_{AIC} T. \\ \alpha + \beta y_{t-1} + \sum_{k=1}^{L_{AIC}} \zeta_k \Delta y_{t-k} + \varepsilon_t, & \text{jos } L_{AIC}. \\ \alpha + \beta y_{t-1} + \varepsilon_t, & \text{jos } L_{AIC} = 0 \end{cases}$$

LIITE 7. Yhteisintegraation testaamiseksi estimoitavan SUR-mallin tulokset, jossa selitettävät ja selittävät muuttujat ovat epästationaarisia

Seemingly unrelated regression

Equation	Obs	Parms	RMSE	"R-sq"	chi2	P
<b>dg_a</b>	<b>26</b>	<b>5</b>	<b>.1635485</b>	<b>0.8880</b>	<b>206.24</b>	<b>0.0000</b>
<b>dg_p</b>	<b>26</b>	<b>5</b>	<b>.1285367</b>	<b>0.7626</b>	<b>83.51</b>	<b>0.0000</b>

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
<b>dg_a</b>						
lnbkt	.1811431	1.12333	0.16	0.872	-2.020543	2.382829
inf_rate	5.452493	4.856623	1.12	0.262	-4.066314	14.9713
korko	.029491	.0370732	0.80	0.426	-.0431711	.1021531
employment	.0086713	.038457	0.23	0.822	-.066703	.0840455
trade	-.0282488	.0124322	-2.27	0.023	-.0526154	-.0038822
_cons	4.012763	2.662536	1.51	0.132	-1.205711	9.231237
<b>dg_p</b>						
lnbkt	-1.223161	.8828517	-1.39	0.166	-2.953519	.5071962
inf_rate	-.6805829	3.816936	-0.18	0.858	-8.16164	6.800474
korko	.0196868	.0291367	0.68	0.499	-.0374201	.0767937
employment	-.0343525	.0302243	-1.14	0.256	-.093591	.0248859
trade	.0235779	.0097707	2.41	0.016	.0044276	.0427282
_cons	7.26198	2.09255	3.47	0.001	3.160657	11.3633

Correlation matrix of residuals:

	dg_a	dg_p
dg_a	1.0000	
dg_p	-0.8833	1.0000

Breusch-Pagan test of independence: chi2(1) = 20.285, Pr = 0.0000

LIITE 8. SUR-mallin dg\_a yhtälön virhetermin SURa viiveiden merkitsevyyden tarkastelu

. varsoc SURa

Selection-order criteria

Sample: 1992 - 2013 Number of obs = 22

lag	LL	LR	df	p	FPE	AIC	HQIC	SBIC
0	9.43538				.027196	-.766853	-.75517	-.71726
1	11.8798	4.8889*	1	0.027	.02386*	-.898168*	-.874803*	-.798982*
2	11.8928	.0259	1	0.872	.026132	-.808436	-.773389	-.659658
3	12.835	1.8843	1	0.170	.026332	-.803179	-.756449	-.604808
4	13.3301	.99016	1	0.320	.027679	-.757278	-.698865	-.509313

Endogenous: SURa

Exogenous: \_cons



LIITE 9. ADF-testi ensimmäisen SUR-mallin yhtälön  $dg_a$  virhetermille SUR

```
. dfuller SURa, lags(1)
```

Augmented Dickey-Fuller test for unit root                      Number of obs       =            24

Test Statistic	Interpolated Dickey-Fuller			
	1% Critical Value	5% Critical Value	10% Critical Value	
Z (t)	-2.586	-3.750	-3.000	-2.630

MacKinnon approximate p-value for Z (t) = 0.0960

LIITE 10. SUR-mallin  $dg_p$  yhtälön virhetermin SURp viiveiden merkitsevyyden tarkastelu

```
. varsoc SURp
```

Selection-order criteria

Sample: 1992 - 2013

Number of obs       =            22

lag	LL	LR	df	p	FPE	AIC	HQIC	SBIC
0	13.3989				.018968*	-1.12717*	-1.11549*	-1.07758*
1	13.4619	.1259	1	0.723	.020664	-1.04199	-1.01862	-.942802
2	13.4619	4.2e-05	1	0.995	.022658	-.951081	-.916033	-.802302
3	13.5188	.11383	1	0.736	.024745	-.865346	-.818615	-.666974
4	15.1152	3.1928	1	0.074	.023533	-.919564	-.861151	-.6716

Endogenous: SURp

Exogenous: \_cons

LIITE 11. ADF-testi SUR-mallin yhtälön  $dg_p$  virhetermille SURp

```
. dfuller SURp, lags(0)
```

Dickey-Fuller test for unit root                      Number of obs       =            25

		Interpolated Dickey-Fuller		
	Test Statistic	1% Critical Value	5% Critical Value	10% Critical Value
Z (t)	-4.993	-3.750	-3.000	-2.630

MacKinnon approximate p-value for Z (t) = 0.0000

$N$	Variant	Level	Obs.	$\beta_\infty$	(s.e.)	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	$\tau_{nc}$	1%	15,000	-2.56574	(0.000110)	-2.2358	-3.627	
1	$\tau_{nc}$	5%	15,000	-1.94100	(0.000074)	-0.2686	-3.365	31.223
1	$\tau_{nc}$	10%	15,000	-1.61682	(0.000059)	0.2656	-2.714	25.364
1	$\tau_c$	1%	15,000	-3.43035	(0.000127)	-6.5393	-16.786	-79.433
1	$\tau_c$	5%	15,000	-2.86154	(0.000068)	-2.8903	-4.234	-40.040
1	$\tau_c$	10%	15,000	-2.56677	(0.000043)	-1.5384	-2.809	
2	$\tau_c$	1%	15,000	-3.89644	(0.000102)	-10.9519	-22.527	
2	$\tau_c$	5%	15,000	-3.33613	(0.000056)	-6.1101	-6.823	
2	$\tau_c$	10%	15,000	-3.04445	(0.000044)	-4.2412	-2.720	
3	$\tau_c$	1%	15,000	-4.29374	(0.000123)	-14.4354	-33.195	47.433
3	$\tau_c$	5%	15,000	-3.74066	(0.000067)	-8.5631	-10.852	27.982
3	$\tau_c$	10%	15,000	-3.45218	(0.000043)	-6.2143	-3.718	
4	$\tau_c$	1%	15,000	-4.64332	(0.000101)	-18.1031	-37.972	
4	$\tau_c$	5%	15,000	-4.09600	(0.000055)	-11.2349	-11.175	
4	$\tau_c$	10%	15,000	-3.81020	(0.000043)	-8.3931	-4.137	
5	$\tau_c$	1%	15,000	-4.95756	(0.000101)	-21.8883	-45.142	
5	$\tau_c$	5%	15,000	-4.41519	(0.000055)	-14.0406	-12.575	
5	$\tau_c$	10%	15,000	-4.13157	(0.000043)	-10.7417	-3.784	
6	$\tau_c$	1%	15,000	-5.24568	(0.000124)	-25.6688	-57.737	88.639
6	$\tau_c$	5%	15,000	-4.70693	(0.000068)	-16.9178	-17.492	60.007
6	$\tau_c$	10%	15,000	-4.42501	(0.000054)	-13.1875	-5.104	27.877
7	$\tau_c$	1%	15,000	-5.51233	(0.000126)	-29.5760	-69.398	164.295
7	$\tau_c$	5%	15,000	-4.97684	(0.000068)	-19.9021	-22.045	110.761
7	$\tau_c$	10%	15,000	-4.69648	(0.000054)	-15.7315	-6.922	67.721
8	$\tau_c$	1%	15,000	-5.76202	(0.000126)	-33.5258	-82.189	256.289
8	$\tau_c$	5%	15,000	-5.22924	(0.000068)	-23.0023	-24.646	144.479
8	$\tau_c$	10%	15,000	-4.95007	(0.000053)	-18.3959	-7.344	94.872
9	$\tau_c$	1%	15,000	-5.99742	(0.000126)	-37.6572	-87.365	248.316
9	$\tau_c$	5%	15,000	-5.46697	(0.000069)	-26.2057	-26.627	176.382
9	$\tau_c$	10%	14,500	-5.18897	(0.000062)	-21.1377	-9.484	172.704
10	$\tau_c$	1%	15,000	-6.22103	(0.000128)	-41.7154	-102.680	389.330
10	$\tau_c$	5%	15,000	-5.69244	(0.000068)	-29.4521	-30.994	251.016
10	$\tau_c$	10%	15,000	-5.41533	(0.000054)	-24.0006	-7.514	163.049
11	$\tau_c$	1%	14,500	-6.43377	(0.000145)	-46.0084	-106.809	352.752
11	$\tau_c$	5%	15,000	-5.90714	(0.000068)	-32.8336	-30.275	249.994
11	$\tau_c$	10%	15,000	-5.63086	(0.000055)	-26.9693	-4.083	151.427
12	$\tau_c$	1%	15,000	-6.63790	(0.000127)	-50.2095	-124.156	579.622
12	$\tau_c$	5%	15,000	-6.11279	(0.000069)	-36.2681	-32.505	314.802
12	$\tau_c$	10%	15,000	-5.83724	(0.000054)	-29.9864	-2.686	184.116

LIITE 13. Ensimmäisen SUR-mallin, malli (1), estimoinnin tulostaulukko ja molempien yhtälöiden residuaaleille, SUR1a ja SUR1p, suoritettujen autokorrelaatiotestien tulokset

#### Seemingly unrelated regression #1

Equation	Obs	Parms	RMSE	"R-sq"	chi2	P
Ddgba	25	4	.1490477	0.3947	16.30	0.0026
Ddgbp	25	4	.16838	0.3291	12.27	0.0155

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
Ddgba						
dlnbkt	-4.023999	1.586839	-2.54	0.011	-7.134146	-.9138528
dinf_rate	-2.390363	3.191051	-0.75	0.454	-8.644707	3.863981
dkorko	.047133	.0318328	1.48	0.139	-.0152582	.1095242
dempl	.0849965	.0303826	2.80	0.005	.0254478	.1445453
_cons	.0494392	.0458263	1.08	0.281	-.0403787	.1392571
Ddgbp						
dlnbkt	1.382121	1.792661	0.77	0.441	-2.13143	4.895672
dinf_rate	5.991383	3.604949	1.66	0.097	-1.074187	13.05695
dkorko	-.0344829	.0359618	-0.96	0.338	-.1049667	.0360008
dempl	-.0878007	.0343234	-2.56	0.011	-.1550733	-.0205281
_cons	-.0388461	.0517703	-0.75	0.453	-.1403139	.0626218

#### Correlation matrix of residuals:

	Ddgba	Ddgbp
Ddgba	1.0000	
Ddgbp	-0.9443	1.0000

Breusch-Pagan test of independence: chi2(1) = 22.292, Pr = 0.0000

Source	SS	df	MS	Number of obs =	25
Model	.037818781	5	.007563756	F( 5, 19) =	0.28
Residual	.517561295	19	.027240068	Prob > F =	0.9197
				R-squared =	0.0681
				Adj R-squared =	-0.1771
Total	.555380076	24	.023140837	Root MSE =	.16505

SUR1a	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
dlnbkt	-.495433	1.806768	-0.27	0.787	-4.277043	3.286177
dinf_rate	-.7002505	3.583189	-0.20	0.847	-8.199952	6.799451
dkorko	-.0146257	.0373713	-0.39	0.700	-.0928446	.0635933
dempl	.0146132	.0358568	0.41	0.688	-.060436	.0896623
SUR1a						
L1.	-.291214	.2471511	-1.18	0.253	-.8085071	.2260792
_cons	.0055613	.0509641	0.11	0.914	-.1011078	.1122304

Breusch-Godfrey LM test for autocorrelation.

(The lagged residuals that extend beyond the beginning of the sample are replaced with zeros)

H0: no serial correlation

Test residual: SUR1a. 1LAGS: Observations = 25 and NR2 = 1.7023829 and Prob > NR2 is .19197664

Source	SS	df	MS	Number of obs =	25
Model	.130683653	5	.026136731	F( 5, 19) =	0.86
Residual	.578112217	19	.030426959	Prob > F =	0.5261
				R-squared =	0.1844
				Adj R-squared =	-0.0303
Total	.70879587	24	.029533161	Root MSE =	.17443

SUR1p	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
dlnbkt	.9090096	1.908201	0.48	0.639	-3.084902	4.902921
dinf_rate	.8825978	3.75875	0.23	0.817	-6.984557	8.749752
dkorko	.0283804	.0396917	0.72	0.483	-.0546954	.1114562
dempl	-.0261708	.0377331	-0.69	0.496	-.1051471	.0528056
SUR1p						
L1.	-.4783958	.2308373	-2.07	0.052	-.9615438	.0047522
_cons	-.0090695	.0538096	-0.17	0.868	-.1216944	.1035553

Breusch-Godfrey LM test for autocorrelation.

(The lagged residuals that extend beyond the beginning of the sample are replaced with zeros)

H0: no serial correlation

Test residual: SUR1p. 1LAGS: Observations = 25 and NR2 = 4.6093544 and Prob > NR2 is .031798

LIITE 14. Toisen SUR-mallin, malli (2), estimoinnin tulostaulukko ja molempien yhtälöiden residuaaleille, SUR2a ja SUR2p, suoritettujen autokorrelaatiotestien tulokset

#### Seemingly unrelated regression #2

Equation	Obs	Parms	RMSE	"R-sq"	chi2	P
ddgba	25	5	.1458909	0.4201	18.15	0.0028
ddgbp	25	5	.1604817	0.3906	16.13	0.0065

		Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
ddgba	ddgba					
	L1.	-.11789	.1186839	-0.99	0.321	-.3505062 .1147262
	Dlnbkt	-4.474144	1.611674	-2.78	0.006	-7.632968 -1.31532
	Dinf_rate	-2.429517	3.110483	-0.78	0.435	-8.525952 3.666917
	dkorko	.0400745	.03183	1.26	0.208	-.0223112 .1024601
	dempl	.0917733	.0303888	3.02	0.003	.0322123 .1513343
	_cons	.0485961	.0446738	1.09	0.277	-.0389629 .1361551
ddgbp	ddgbp					
	L1.	-.1904365	.1235338	-1.54	0.123	-.4325583 .0516853
	Dlnbkt	2.064546	1.750137	1.18	0.238	-1.36566 5.494752
	Dinf_rate	6.1245	3.406085	1.80	0.072	-.551304 12.8003
	dkorko	-.0211413	.0350523	-0.60	0.546	-.0898425 .0475598
	dempl	-.1055572	.034405	-3.07	0.002	-.1729897 -.0381247
	_cons	-.0470555	.0491878	-0.96	0.339	-.1434618 .0493508

#### Correlation matrix of residuals:

	ddgba	ddgbp
ddgba	1.0000	
ddgbp	-0.9377	1.0000

Breusch-Pagan test of independence: chi2(1) = 21.982, Pr = 0.0000

Source	SS	df	MS	Number of obs =
Model	.017631015	6	.002938503	25
Residual	.514473157	18	.028581842	F( 6, 18) = 0.10
Total	.532104173	24	.022171007	Prob > F = 0.9951
				R-squared = 0.0331
				Adj R-squared = -0.2892
				Root MSE = .16906

SUR2a	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
Ddgba						
L1.	.059265	.2862044	0.21	0.838	-.5420283	.6605582
Dlnbkt	-.1997711	1.961382	-0.10	0.920	-4.320481	3.920939
Dinf_rate	-.4145464	3.665169	-0.11	0.911	-8.114781	7.285688
Dkorko	-.0105979	.0390085	-0.27	0.789	-.0925516	.0713558
Dempl	.0088656	.0368819	0.24	0.813	-.0686205	.0863517
SUR2a						
L1.	-.2519587	.3717179	-0.68	0.507	-1.032909	.5289917
_cons	.0048642	.0526135	0.09	0.927	-.1056725	.115401

#### Breusch-Godfrey LM test for autocorrelation.

(The lagged residuals that extend beyond the beginning of the sample are replaced with zeros)

H0: no serial correlation

Test residual: SUR2a. 1LAGS: Observations = 25 and NR2 = .82836295 and Prob > NR2 is .36274633

Source	SS	df	MS	Number of obs =
Model	.087033598	6	.0145056	25
Residual	.556826041	18	.03093478	F( 6, 18) = 0.47
Total	.643859639	24	.026827485	Prob > F = 0.8224
				R-squared = 0.1352
				Adj R-squared = -0.1531
				Root MSE = .17588

SUR2p	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
Ddgbp						
L1.	.2484506	.3082751	0.81	0.431	-.3992114	.8961125
Dlnbkt	.1745647	2.009223	0.09	0.932	-4.046657	4.395786
Dinf_rate	.2492762	3.7696	0.07	0.948	-7.67036	8.168912
Dkorko	.0242911	.0413045	0.59	0.564	-.0624865	.1110687
Dempl	-.0058613	.0404733	-0.14	0.886	-.0908925	.0791699
SUR2p						
L1.	-.6029166	.3858784	-1.56	0.136	-1.413617	.2077838
_cons	.0022974	.0549566	0.04	0.967	-.113162	.1177569

#### Breusch-Godfrey LM test for autocorrelation.

(The lagged residuals that extend beyond the beginning of the sample are replaced with zeros)

H0: no serial correlation

Test residual: SUR2p. 1LAGS: Observations = 25 and NR2 = 3.37937 and Prob > NR2 is .06601729

LIITE 15. Kolmannen SUR-mallin, malli (3), estimoinnin tulostaulukko ja molempien yhtälöiden residuaaleille, SUR4a ja SUR4p, suoritettujen autokorrelaatiotestien tulokset

#### Seemingly unrelated regression #3

Equation	Obs	Parms	RMSE	"R-sq"	chi2	P
Ddgba	25	6	.1456782	0.4218	18.39	0.0053
Ddgbp	25	6	.1600702	0.3937	16.52	0.0112

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
Ddgba					
Ddgba					
L1.	-.1304213	.1184509	-1.10	0.271	-.3625809 .1017382
Dlnbkt	-4.664251	2.097254	-2.22	0.026	-8.774794 -.553709
dinf_rate	-2.811102	4.699754	-0.60	0.550	-12.02245 6.400247
dkorko	.0394055	.0318206	1.24	0.216	-.0229618 .1017727
Dempl	.0964719	.0481499	2.00	0.045	.0020997 .190844
Dtrade	.0013952	.0130222	0.11	0.915	-.0241279 .0269183
_cons	.0496927	.0460047	1.08	0.280	-.0404748 .1398603
Ddgbp					
Ddgbp					
L1.	-.2027563	.1230973	-1.65	0.100	-.4440226 .0385101
Dlnbkt	1.809982	2.268139	0.80	0.425	-2.635489 6.255453
dinf_rate	5.340608	5.13901	1.04	0.299	-4.731667 15.41288
dkorko	-.0201075	.035026	-0.57	0.566	-.0887573 .0485423
Dempl	-.0983525	.0530564	-1.85	0.064	-.2023413 .0056362
Dtrade	.0029296	.0142409	0.21	0.837	-.024982 .0308412
_cons	-.0450957	.0505889	-0.89	0.373	-.1442481 .0540567

#### Correlation matrix of residuals:

	Ddgba	Ddgbp
Ddgba	1.0000	
Ddgbp	-0.9400	1.0000

Breusch-Pagan test of independence: chi2(1) = 22.090, Pr = 0.0000

Source	SS	df	MS	Number of obs =
Model	.015828586	7	.002261227	25
Residual	.514725214	17	.030277954	F( 7, 17) = 0.07
Total	.5305538	24	.022106408	Prob > F = 0.9991
				R-squared = 0.0298
				Adj R-squared = -0.3696
				Root MSE = .17401

	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
SUR3a					
Ddgba					
L1.	.0665664	.2936071	0.23	0.823	-.5528904 .6860232
Dlnbkt	-.2115378	2.592576	-0.08	0.936	-5.681395 5.258319
dinf_rate	-.489528	5.668635	-0.09	0.932	-12.4493 11.47025
dkorko	-.0099693	.0402221	-0.25	0.807	-.0948305 .0748919
Dempl	.0094116	.0590534	0.16	0.875	-.1151802 .1340035
Dtrade	.0004124	.0156146	0.03	0.979	-.0325314 .0333563
SUR3a					
L1.	-.2461688	.3824651	-0.64	0.528	-1.0531 .5607621
_cons	.0052993	.0558002	0.09	0.925	-.1124289 .1230275

Breusch-Godfrey LM test for autocorrelation.

(The lagged residuals that extend beyond the beginning of the sample are replaced with zeros)

H0: no serial correlation

Test residual: SUR3a. 1LAGS: Observations = 25 and NR2 = .74585207 and Prob > NR2 is .38779268

Source	SS	df	MS	Number of obs =
Model	.09020016	7	.012885737	25
Residual	.550361687	17	.032374217	F( 7, 17) = 0.40
Total	.640561847	24	.026690077	Prob > F = 0.8905
				R-squared = 0.1408
				Adj R-squared = -0.2130
				Root MSE = .17993

	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
SUR3p					
Ddgbp					
L1.	.2716623	.3149988	0.86	0.400	-.392927 .9362516
Dlnbkt	.0011811	2.627128	0.00	1.000	-5.541574 5.543936
dinf_rate	.0179569	5.819643	0.00	0.998	-12.26042 12.29633
dkorko	.0245868	.0423592	0.58	0.569	-.0647833 .1139569
Dempl	-.001586	.0616722	-0.03	0.980	-.1317029 .128531
Dtrade	.0008056	.0161336	0.05	0.961	-.0332332 .0348444
SUR3p					
L1.	-.6244899	.3953745	-1.58	0.133	-1.458657 .2096774
_cons	.0048044	.0579165	0.08	0.935	-.1173887 .1269975

Breusch-Godfrey LM test for autocorrelation.

(The lagged residuals that extend beyond the beginning of the sample are replaced with zeros)

H0: no serial correlation

Test residual: SUR3p. 1LAGS: Observations = 25 and NR2 = 3.5203533 and Prob > NR2 is .06061952



	Std. Err.	SUR3		SUR2	
		D(a) Coef.	D(p) Coef.	D(a) Coef.	D(p) Coef.
Dln bkt	0,0348	-4,664	1,810	-4,474	2,065
Dinf	0,0136	-2,811	5,341	-2,430	6,125
Dkorko	1,0124	0,039	-0,020	0,040	-0,021
D empl	1,6996	0,096	-0,098	0,092	-0,106
Dtrade	4,8360	0,001	0,003		
		(Std. Err.) x (Coef.)		(Std. Err.) x (Coef.)	
Dln bkt		-0,1623	0,0630	-0,1557	0,0718
Dinf		-0,0383	0,0728	-0,0331	0,0835
Dkorko		0,0399	-0,0204	0,0406	-0,0214
D empl		0,1640	-0,1672	0,1560	-0,1794
Dtrade		0,0067	0,0142		

Muuttuja	N	keskiarvo	keskihajonta	Min	Max
Vuosi	31	2000	9.092121	1985	2015
BKT	30	81.22	16.98625	57	105.8
D(BKT)	29	1.468966	2.900013	-8.7	5.2
ln BKT	30	4.37543	.2134408	4.043051	4.661551
D(ln bkt)	29	.0192452	.034795	-.0858092	.0595922
EKI	30	1478.667	258.7814	980	1910
inf_rate	29	.0234106	.0168863	0	.0661232
D(inf_rate)	28	-.0008976	.013638	-.0409146	.0226985
ln EKI	30	7.283192	.1833258	6.887553	7.554859
D(ln EKI)	29	.0230105	.0163872	0	.0640287
D2(ln EKI)	28	-.0008773	.0132878	-.0400996	.0221786
employment	29	61.19655	3.58404	54.4	67.9
D(empl)	28	-.2035716	1.69956	-4.799999	2.599998
ln empl	29	4.112424	.0588847	3.996364	4.218036
D(ln empl)	28	-.0032361	.0277336	-.0782156	.0390439
D2(ln empl)	27	-.0006233	.025331	-.0542741	.0519757
trade	30	66.18749	12.52764	43.45691	86.51187
D(trade)	29	.7361235	4.836039	-15.98063	8.75809
ln trade	30	4.173794	.2007004	3.77177	4.460281
D(ln trade)	29	.011262	.0726175	-.2042255	.1467941
korko	27	5.81086	3.371648	1.294311	12.7696
D(korko)	26	-.3340797	1.012405	-3.396148	1.524431
ln korko	27	1.5879	.6184867	.2579782	2.547067
D(ln korko)	26	-.0785632	.1668434	-.4908179	.142144
D2(ln korko)	25	-.0176885	.2558195	-.467858	.5535824
s90s10	27	4.855556	.8298903	3.7	6.1
Gini	27	24.0963	2.864032	19.6	28
Dagum Gini	27	.2495327	.0292572	.1960906	.2910571
SM Gini	27	.2584281	.0335125	.1941296	.3095164
Keskitulo	27	23788.33	4086.996	18006	29882
Dagum k.tulo	27	28.89682	5.849738	20.46136	37.30541
SM k.tulo	27	29.28062	6.034748	20.40001	37.57962
Dagum a	27	3.784031	.5587724	3.149782	5.138768
Dagum b	27	22.305	4.346745	15.75893	29.85525
Dagum p	27	1.466727	.2816654	.9727156	2.079985
D(Dagum a)	26	-.0623576	.1974179	-.6991358	.31812
D(Dagum p)	26	.0108526	.2063605	-.298514	.730659
ln(Dagum a)	27	1.321175	.1382727	1.147333	1.636813
ln(Dagum p)	27	.3655081	.1907267	-.0276635	.7323607
D(ln(Dag a))	26	-.0145797	.0513001	-.1659549	.0962166
D(ln(Dag p))	26	.0097964	.1277225	-.1838487	.4327554
SM a	27	4.74458	.5237884	4.084251	5.845438
SM b	27	22.78627	4.015278	17.1786	30.06529
SM q	27	.7230286	.1277702	.5582504	1.086675
D(SM a)	26	-.0340591	.1740661	-.432627	.316101
D(SM q)	26	-.0110823	.0696517	-.1892805	.0943766
D2(SM a)	25	-.0108447	.2028642	-.38662	.403022
ln(SM a)	27	1.551346	.1074412	1.407138	1.765661
ln(SM q)	27	-.3380155	.1652759	-.5829477	.0831226
D(ln(SM a))	26	-.0075476	.0346643	-.0809598	.0555936
D(ln(SM q))	26	-.0118499	.0974648	-.2871203	.1473921